



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

Présentée et soutenue par :

Abdelkader BENYAHIA

le mardi 4 décembre 2012

Titre :

Mise en oeuvre et évaluation d'un modèle de transition à équations de transport pour la simulation d'écoulements en turbomachines

École doctorale et discipline ou spécialité :

ED MEGeP : Energétique et transferts

Unité de recherche :

Équipe d'accueil ISAE-ONERA EDyF

Directeur(s) de Thèse :

M. Xavier DE SAINT-VICTOR (directeur de thèse)

M. Robert HOUEVILLE (co-directeur de thèse)

Jury :

M. Tony ARTS - Rapporteur

M. Francis LEBOEUF - Rapporteur

M. Xavier DE SAINT-VICTOR - Directeur de thèse

M. Lionel CASTILLON

M. Pierre GINIBRE

M. Daniel ARNAL

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les deux personnes qui m'ont accompagné de près dans cette aventure de trois ans la rendant en premier lieu possible : mes encadrants à l'ONERA Lionel Castillon et Robert Houdeville. Votre support au quotidien, votre confiance et votre amitié m'ont permis de mener à bien cette thèse ! Encore merci pour toutes vos relectures qui ont permis à ce mémoire de prendre forme. Je ne peux que souhaiter à tout doctorant d'avoir des encadrants comme vous. Je n'oublie pas M. De Saint Victor mon directeur de thèse pour son suivi au cours de cette thèse et l'expertise technique qu'il a amenée.

Je tiens également à remercier très chaleureusement les membres du jury qui ont eu la gentillesse d'accepter de juger ce travail. En particulier M. Francis Leboeuf et M. Tony Arts pour avoir accordé de leur temps à la lecture de ce mémoire en tant que rapporteurs et pour leurs critiques constructives.

Je remercie aussi M. Champigny et M. Millian pour m'avoir accueilli au sein de leurs départements à l'ONERA ainsi que M. Philippe Beaumier, chef de l'unité H2T et M. Bertrand Aupoix, chef de l'unité TMP, pour m'avoir accueilli dans leurs équipes de recherche. Je remercie également M. Daniel Arnal qui a porté une attention particulière à cette thèse ainsi que pour sa bonne humeur toutes les fois où nous sommes croisés en particulier le jour de la soutenance.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui de près ou de loin ont suivi cette thèse, se sont intéressés à ces travaux ou qui simplement par leur jovialité ont rendu le quotidien agréable en tant que collègue. Avant tout l'ensemble de l'équipe H2T et plus particulièrement Michel, Julien, Simon (qui a dû supporter ma présence dans le même bureau que lui), Jean Christophe, les collègues du DMAE que j'ai croisé au cours de mon séjour à Toulouse notamment les doctorants du premier étage (Cédric, Fabien, Olivier, Muzo, Pierrick ...). Je n'oublierai jamais nos pauses-café. Je remercie tout le personnel de l'ONERA que j'ai croisé au cours de cette thèse.

J'aimerais remercier infiniment les membres du CIRT qui ont accepté de financer cette thèse notamment les sociétés TURBOMECA et SNECMA qui ont suivi de près ces travaux de thèse et apporter leur soutien au premier plan.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis pour leur soutien indéfectible. Votre inestimable présence m'a permis de tenir bon jusqu'au bout ! .

Merci !

Résumé

La prise en compte de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes demeure problématique d'un point de vue numérique dès lors qu'on s'intéresse à des géométries complexes tridimensionnelles tel qu'un étage de turbomachine. Le modèle à équations de transport $\gamma - \overline{Re_\theta}$ se propose de résoudre ces difficultés et d'ouvrir la voie à la modélisation automatique du phénomène pour des simulations RANS.

Le travail exposé dans ce mémoire de thèse a consisté à développer dans le code *elsA* le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ et à évaluer l'aptitude de ce modèle à capturer avec précision le phénomène de la transition laminaire-turbulent dans le cadre de simulations RANS en turbomachine. Après une étude bibliographique, l'implémentation du modèle dans le code *elsA* est décrite ainsi que des premières simulations validant les développements réalisés. Par la suite, des cas documentés relatifs à des applications en aérothermique sont traités. Les prévisions par CFD des flux de chaleur à la paroi sont en bon accord avec l'expérience, démontrant ainsi la capacité du modèle à capturer avec précision la nature de la couche limite. Dans une dernière partie, le modèle est appliqué à la prévision de la transition par bulbe de décollement sur des aubages de turbine basse pression. Les résultats obtenus indiquent que le modèle doit être amélioré afin de modéliser correctement le phénomène de transition par bulbe de décollement.

Ces travaux ont permis de valider l'utilisation du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ dans le code *elsA* pour une large gamme d'applications en turbomachine, et laissent entrevoir la perspective d'utiliser ce modèle.

Abstract

The modelisation of laminar to turbulent transition is still difficult in RANS computations while dealing with three dimensional computational domains like turbomachinery domains. The laminar to turbulent transition model $\gamma - \overline{Re_\theta}$ has been proposed to solve these issues and permit the automatic modeling of laminar to turbulent transition in RANS codes.

The $\gamma - \overline{Re_\theta}$ model has been introduced into the code *elsA* and evaluated thanks to several computations relative to turbomachinery. After a bibliographical study, the implementation of the model into the code *elsA* and the initial results are described in this document. In a third part, aerothermal issues in turbomachinery are investigated. The estimations of the heat fluxes by CFD are in good agreement with the experimental data which demonstrate the capability of the model to capture laminar and turbulent regions. In a last part the phenomenon of separation induced transition occurring on low pressure turbine blade is studied. The results obtained while employing the $\gamma - \overline{Re_\theta}$ model show that the model need to be refined for these applications.

The studied performed have permitted the validation the use of the laminar to turbulent transition model $\gamma - \overline{Re_\theta}$ with the code *elsA* for very different applications in turbomachinery.

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	vii
Abstract	vii
Table des matières	xiii
Table des figures	xxii
Liste des tableaux	xxv

Nomenclature	xxvii
---------------------	--------------

Introduction	1
---------------------	----------

1 Etude bibliographique	7
--------------------------------	----------

1.1 La transition laminaire-turbulent	7
1.1.1 La transition naturelle	8
1.1.2 La transition <i>bypass</i>	8
1.1.3 La transition par <i>cross flow</i>	10
1.1.4 La transition par bulbe de décollement	10
1.1.5 La relaminarisation de l'écoulement	14
1.2 Facteurs influençant la transition	14
1.3 Phénomène de transition laminaire-turbulent turbomachine	17
1.3.1 La transition au sein des turbines basse pression	17
1.3.2 La transition laminaire-turbulent au sein des turbines haute pression	18
1.3.3 La transition laminaire-turbulent au sein des compresseurs	19
1.3.4 La transition instationnaire ou transition <i>multimode</i>	21
1.4 La modélisation de la transition	25
1.4.1 La méthode e^n	25
1.4.2 Utilisation de critères de transition empiriques	27
1.4.3 Difficultés de mise en oeuvre des critères de transition dans un code RANS	31
1.4.4 Modèles de transition basés sur une équation de transport pour l'intermittence	32
1.4.5 Prévision de la transition par modélisation des fluctuations laminares ou méthode <i>LKE</i>	36
1.4.6 Une nouvelle approche n'utilisant que des données locales : le modèle de transition de Menter	38

2 Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$	41
---	-----------

2.1 Equation pour l'intermittence γ	41
2.2 Equation pour $\overline{Re_\theta}$	43
2.3 Corrélation empirique du point de transition	45
2.4 Modélisation de la transition par bulbe de décollement	46
2.5 Couplage au modèle de turbulence	47
2.6 Conditions aux limites	47
2.7 Calibration des fonctions $Re_{\theta c}$ et F_{length}	48
2.7.1 Calibration effectuée à l'ONERA	48

2.7.2	Autres fonctions publiées	49
2.8	Etudes publiées avec le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur des cas de turbomachines	52
3	Implantation dans le code <i>elsA</i> du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$	55
3.1	Aspects numériques du codage du modèle de Menter dans le code <i>elsA</i>	55
3.1.1	Implication des termes source	55
3.1.2	Modification du calcul du pas de temps local	56
3.1.3	Modification du rayon spectral pour l'implication LU-SSOR	57
3.2	Prise en compte des mouvements de paroi pour la détermination du taux de turbulence local	57
3.2.1	Détermination du taux de turbulence local dans la zone proche carter	57
3.2.2	Utilisation de la distance à la paroi et du rattachement à une paroi pour corriger le critère de transition	58
3.3	Premiers résultats de validation	60
3.3.1	Application au cas tridimensionnel Rotor 37	60
3.3.2	Prévision de la transition sur la grille ISO	70
3.3.3	Conclusion du chapitre	73
4	Prévision de la transition pour des applications en aérothermique	75
4.1	Etude stationnaire de la grille d'aube LS89	75
4.1.1	Description du cas test	75
4.1.2	Description du maillage, des conditions aux limites et des choix de paramètres numériques	76
4.1.3	Analyse des premiers résultats	78
4.1.4	Comparaison à la modélisation par critères empiriques	85
4.1.5	Influence des conditions d'entrée de la turbulence sur la prévision de la transition à fort taux de turbulence	87
4.1.6	Influence du schéma de discrétisation des flux convectifs sur la prévision de la transition laminaire-turbulent	90
4.1.7	Conclusion sur le cas de la grille d'aube LS89	92
4.2	Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3	93
4.2.1	Description du cas test	93
4.2.2	Modèles numériques employés	95
4.2.3	Exploitation des résultats numériques obtenus par une approche quasi 3D	98
4.2.4	Influence du pas de temps et du schéma de discrétisation temporel	104
4.2.5	Influence du schéma de discrétisation des flux convectifs	107
4.2.6	Etude à l'aide d'un maillage tridimensionnel	109
4.3	Conclusion	111
5	Prévision de la transition pour des cas de turbine basse pression	113
5.1	Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C	113
5.1.1	Description de la base de données TATMO	113
5.1.2	Description du maillage et des paramètres numériques	120
5.1.3	Analyse des résultats stationnaires bidimensionnels	121
5.1.4	Comparaison entre simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles	133
5.1.5	Comparaison avec l'approche par critères de transition algébriques	136
5.2	Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont	139

Table des matières

5.2.1	Présentation des données expérimentales	139
5.2.2	Modélisation des sillages sous <i>elsA</i>	139
5.2.3	Résultats numériques instationnaires à nombre de Reynolds de 100 000	141
5.3	Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108	146
5.3.1	Description de l'aubage T108 et des résultats expérimentaux	146
5.3.2	Description du maillage et des paramètres numériques	149
5.3.3	Analyse des résultats numériques	150
5.3.4	Comparaison à l'approche par critères de transition algébriques	154
5.4	Comparaison des résultats entre les cas T106C et T108	155
5.5	Conclusion	156
Conclusion		159
A Modélisation RANS		163
A.1	Modélisation de l'écoulement	163
A.1.1	Les équations de Navier-Stokes	163
A.1.2	Lois d'état	163
A.1.3	Lois de comportement	164
A.2	Des équations de Navier-Stokes aux équations RANS	165
A.2.1	Etablissement des équations RANS	165
A.2.2	L'hypothèse de Boussinesq	167
A.2.3	Flux de chaleur turbulent	168
A.2.4	Modèles de turbulence à équations de transport	168
B Méthodes numériques		175
B.1	Méthodes numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes	175
B.1.1	Formulation des équations de Navier-Stokes en repère relatif	175
B.1.2	Discretisation spatiale	177
B.1.3	Méthodes d'intégration temporelles	182
B.2	Méthodes implicites	183
B.2.1	Linéarisation implicite	183
B.2.2	Schéma de Gear	184
B.3	Calcul du pas de temps	184
B.3.1	Pas de temps convectif	184
B.3.2	Pas de temps diffusif	185
B.4	Résolution des équations turbulentes	185
B.5	Méthodes numériques particulières à la simulations d'écoulements en turbomachines	185
B.5.1	Condition de plan de mélange	185
B.5.2	Condition de chorochronicité	186
B.5.3	Adimensionnement	189
Bibliographie		191

Table des figures

1.1	Evolution du coefficient de frottement sur une plaque plane en fonction du nombre de Reynolds - Dhawan et Narasimha	7
1.2	Mécanismes de la transition naturelle	8
1.3	Visualisation des ondes TS - Werlé	9
1.4	Visualisation des modes de Klebanoff - Matsubara et Alfredsson	9
1.5	Modélisation de l'écoulement de type <i>cross flow</i> selon Arnal et al.	10
1.6	Vue schématique d'un bulbe de décollement selon Horton	11
1.7	Vue schématique d'un bulbe de décollement selon Mayle	11
1.8	Vue schématique d'un bulbe de décollement court selon Hatman et Wang	12
1.9	Vue schématique d'un bulbe de décollement long selon Hatman et Wang	12
1.10	Vue schématique d'un bulbe de décollement transitionnel selon Hatman et Wang	13
1.11	Mise en évidence de l'effet d'un bulbe de décollement sur la distribution de pression par Mayle	13
1.12	Zones de transition et de relaminarisation sur un aubage par Mayle	14
1.13	Description schématique des tourbillons de Gortler présents sur une paroi concave - Saric	16
1.14	Nombres de Reynolds caractéristiques pour chaque partie d'un turboréacteur - Hourmouziadis	17
1.15	Description de la position de la transition sur un aubage de compresseur - Schreiber et al.	20
1.16	Comparaison des prévisions de rendement d'un compresseur multi-étages axiale entre les approches tout turbulent et avec la prise en compte de la transition - Marty	21
1.17	Description de la propagation des sillages vers l'aval selon Mayle	22
1.18	Evolution de l'énergie cinétique au sein d'un sillage défilant lors de sa convection dans le canal inter aube selon Stieger	22
1.19	Description de la transition multimode sur une couche limite attachée par Mayle	23
1.20	Description de la transition multimode pour une couche limite avec un bulbe de décollement par Mayle	23
1.21	Evolution du taux d'amplification local en fonction de l'abscisse - Arnal et Casalis	26
1.22	Stratégie de prédiction de la transition dans le code Tau - Krimmelbein	26
1.23	Comparaison entre données expérimentales sur plaque planes et résultats numériques - Steelant et Dick	34
1.24	Comparaison entre données expérimentales et résultats numériques à l'abscisse relative $s=0.85$; gauche $Tu=0.4\%$; droite $Tu=3\%$; Lodefier et al.	35
1.25	Illustration du phénomène de séparation des échelles; Walter et Leylek	36
1.26	Evolution des pertes en fonction du nombres de Reynolds - T2 (droite) - T106C (gauche) - Lardeau et al.	37
2.1	Profils de vorticité pour un écoulement laminaire de Blasius - Menter et al. . . .	42
2.2	Profils de $\overline{Re_\theta}$ dans une couche limite se développant sur une plaque plane - Menter et Langtry	44

2.3	Comparaison entre les isocontours de $Re_{\theta t}$ obtenus par la corrélation empirique (gauche) et les isocontours de $\overline{Re_{\theta}}$ (droite) - Menter et Langtry	44
2.4	Simulation de l'écoulement de plaque plane de la base de données ERCOFTAC : comparaison entre résultats expérimentaux et résultats numériques - Content et al.	48
2.5	Simulation numérique de l'écoulement autour de l'ogive cylindrique avec le code <i>elsA</i> : comparaison entre résultats expérimentaux et résultats numériques - Content et al.	49
3.1	Schéma descriptif du principe de rattachement des cellules à une paroi au carter (taille du jeu volontairement augmentée)	58
3.2	Champs pour la clé "mobile_coeff" à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'une aube de compresseur	59
3.3	Champs pour le scalaire $\overline{Re_{\theta}}$ à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'un compresseur	60
3.4	Champs pour l'intermittence γ à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'un compresseur	60
3.5	Rotor 37 - Vues tridimensionnelles du maillage	61
3.6	Rotor 37 - Vues du maillage dans le plan aube à aube	62
3.7	Rotor 37 - Résidus en fonction de l'iteration courante, simulation avec l'utilisation du modèle de transition	63
3.8	Rotor 37 - Evolution des débits en fonction de l'itération courante, simulation avec l'utilisation du modèle de transition	64
3.9	Rotor37 - Iso-contours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine	64
3.10	Rotor 37 - Isocontours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine à partir de mesures expérimentales	65
3.11	Rotor37 - Isocontours de $\overline{Re_{\theta}}$ à mi-hauteur de veine	65
3.12	Rotor37 - Isocontours de l'intermittence à mi-hauteur de veine	66
3.13	Rotor37 - Zoom sur les isocontours de l'intermittence à mi-hauteur de veine	66
3.14	Rotor37 - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence k à mi-hauteur de veine	67
3.15	Rotor37 - Isocontours de l'intermittence γ dans le canal amont	68
3.16	Rotor37 - Isocontours de l'intermittence γ dans le canal amont - Zoom au moyeu et au carter	68
3.17	Rotor37 - Isocontours de l'intermittence γ du côté de l'extrados de l'aubage	68
3.18	Rotor37 - Isocontours dans plusieurs plans de la variable $\overline{Re_{\theta}}$	69
3.19	Rotor37 - Comparaison des isocontours de l'énergie cinétique de turbulence k à mi-hauteur de veine pour les schémas de Roe et de Jameson	69
3.20	Rotor37 - Comparaison des isocontours de $\overline{Re_{\theta}}$ pour les schémas de Roe et de Jameson	70
3.21	Grille ISO - Vue du montage expérimental, Détery et Meauzé	70
3.22	Grille ISO - Mise en évidence de la présence d'un bulbe de décollement par visualisation expérimentale des lignes de frottement à la paroi sur l'extrados, Détery et Meauzé	71
3.23	Grille ISO - Vue du maillage	72
3.24	Grille ISO - Vue d'une coupe du maillage à hauteur constante	72
3.25	Grille ISO - Isocontours des nombres de Mach à mi-hauteur de veine	72
3.26	Grille ISO - Lignes de frottement à la paroi sur l'extrados	73

Table des figures

4.1	LS89 - Profil de l'aubage, Arts et al.	75
4.2	LS89 - Vue du maillage	77
4.3	LS89 - Evolution des résidus	78
4.4	LS89 - Valeurs de y^+ à la paroi le long de l'aubage	78
4.5	LS89 - Evolution du nombre de Mach en fonction de l'abscisse curviligne S	79
4.6	LS89 - MUR241 et MUR116 - Isocontours du nombre de Mach	80
4.7	LS89 - MUR 235 - Isocontours du nombre de Mach	80
4.8	LS89 - MUR 129 - Isocontours du nombre de Mach	81
4.9	LS89 - MUR116 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur à la paroi H en fonction de l'abscisse curviligne	81
4.10	LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur à la paroi H en fonction de l'abscisse curviligne	82
4.11	LS89 - MUR235 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne	84
4.12	LS89 - MUR129 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne	85
4.13	LS89 - MUR116 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre l'approche par critères et le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$	86
4.14	LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre l'approche par critères et le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$	86
4.15	LS89 - MU241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, influence du nombre de Reynolds de turbulence imposé en entrée	88
4.16	LS89 - Isocontours du taux de turbulence Tu pour différents nombres de Reynolds de turbulence	88
4.17	LS89 - Isocontours de $\overline{Re_\theta}$ pour différents nombres de Reynolds de turbulence	89
4.18	LS89 - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence k adimensionnée pour différents nombres de Reynolds de turbulence	90
4.19	LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre la simulation avec le schéma de Roe et la simulation avec le schéma de Jameson.	91
4.20	LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échanges de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, influence du nombre de Reynolds de turbulence pour les simulations avec le schéma de Roe.	92
4.21	CT3 - Vue méridienne du montage expérimental, Paniagua et al.	93
4.22	CT3-Aube de stator instrumentée, Paniagua et al.	93
4.23	CT3-Aube de rotor instrumentée, Paniagua et al.	94
4.24	CT3 - Spectroscopie numérique ($ grad(\rho) / (\rho) $) de l'écoulement à mi-hauteur de veine pour le cas <i>High</i> , Castillon	95
4.25	CT3 - Présentation du maillage employé pour l'approche quasi-tridimensionnelle	96
4.26	CT3 - Evolution des débits en fonction de l'itération courante dans le cas <i>High</i>	97
4.27	CT3 - Vérification de l'établissement d'un écoulement périodique	97

4.28	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Mach isentropique moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S .	98
4.29	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Mach isentropique relatifs moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S .	99
4.30	CT3 - Isocontours de nombre de Mach relatif à plusieurs instants à mi-hauteur au niveau du rotor	100
4.31	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Mach isentropique à plusieurs instants en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S	101
4.32	CT3 - Répartitions sur le stator à mi-hauteur de veine des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations numériques tout turbulent	102
4.33	CT3 - Répartitions sur le stator à mi-hauteur de veine des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation numérique avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$	102
4.34	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation numérique tout turbulent.	103
4.35	CT3 - Répartition à mi-hauteur sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée, simulation numérique avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$	104
4.36	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation avec le modèle de transition et un pas de temps divisé par 4	105
4.37	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation avec le modèle de transition et un pas de temps divisé par 4	105
4.38	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , comparaison des simulations avec le schéma <i>GEAR</i> et le schéma d'Euler rétrograde (E.R.)	106
4.39	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , comparaison des simulations avec le schéma <i>GEAR</i> et le schéma d'Euler rétrograde (E.R.)	106
4.40	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations avec le schéma de Roe	107
4.41	CT3 - Profils d'intermittence dans la couche limite à plusieurs positions sur l'intrados, simulation avec le modèle de transition, le schéma de Jameson (gauche) et le schéma de Roe (droite)	108
4.42	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations avec le modèle de transition et le schéma de Roe	109
4.43	CT3 - Vue du maillage employé pour l'étude complète tridimensionnelle	109

Table des figures

4.44	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe	110
4.45	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe	110
4.46	CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Mach isentropique moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe	111
5.1	T06C - Vue de l'installation expérimentale	114
5.2	T06C - Vue d'une aube testée au VKI et du profil d'aube	114
5.3	T106C - Profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , $Tu=0,8\%$	116
5.4	T106C - Profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , zoom au niveau du bulbe de décollement, $Tu=0,8\%$	117
5.5	T106C - Profils à mi-hauteur de veine nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , $Tu=1,8\%$	117
5.6	T106C - Comparaison des profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax pour les taux de turbulence $Tu=0,8\%$ et $Tu=1,8\%$	118
5.7	T106C - Pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds et du taux de turbulence extérieur	119
5.8	T106C - Angle de sortie moyen de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds et du taux de turbulence extérieur	119
5.9	T106C - Vue du maillage bidimensionnel	120
5.10	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 250 000, $Tu=0,8\%$	122
5.11	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinale à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 250 000, $Tu=0,8\%$	122
5.12	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$	122
5.13	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$	123
5.14	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$	123
5.15	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinales à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$	123
5.16	T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$	124
5.17	T106C - Isocontours du scalaire γ_{eff} , simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$	125
5.18	T106C - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence adimensionnée k , simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$	125

5.19	T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$	126
5.20	T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$	126
5.21	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$	127
5.22	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$	127
5.23	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$	128
5.24	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$	128
5.25	T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 80 000, $Tu=0,8\%$	128
5.26	T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinales pour un nombre de Reynolds de 80 000, $Tu=0,8\%$	129
5.27	T106C - Evolutions des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats de simulations numériques aux données expérimentales, $Tu=0,8\%$	129
5.28	T106C - Profils de déficit de pression total à l'aval de la grille, $Tu=0,8\%$	130
5.29	T106C - Evolution de l'angle de sortie moyen de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats de simulations numériques avec les données expérimentales, $Tu=0,8\%$	131
5.30	T106C - Comparaison des distributions numériques et expérimentales de nombre de Mach isentropique, $Tu=1,8\%$	132
5.31	T106C - Evolutions des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats provenant de simulations numériques aux données expérimentales, $Tu=1,8\%$	133
5.32	T106C - Evolutions de l'angle de sortie moyen en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats des simulations numériques avec les données expérimentales, $Tu=1,8\%$	133
5.33	T106C - Comparaison des distributions bidimensionnelles et tridimensionnelles de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$, nombre de Reynolds de 160 000	134
5.34	T106C - Comparaison des distributions de frottement pariétal longitudinal des simulations numériques bi et tridimensionnelles pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$	134
5.35	T106C - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=1,8\%$, nombre de Reynolds de 160 000	135
5.36	T106C - Comparaison des distributions bidimensionnelles et tridimensionnelles de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$, nombre de Reynolds de 100 000	135
5.37	T106C - Comparaison des distributions de frottement pariétal longitudinal des simulations numériques bi et tridimensionnelles, nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$	136
5.38	T106C - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=1,8\%$, nombre de Reynolds de 100 00	136

5.39	T106C - Comparaison entre l'approche par modélisation de la transition par équations de transport et l'approche par critères algébriques des distributions numériques de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$	137
5.40	T106C - Evolution des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison de la nouvelle approche par équations de transport à l'approche par critères algébriques, $Tu=0,8\%$	138
5.41	T106C - Evolution de l'angle moyen de l'écoulement en sortie en fonction du nombre de Reynolds : comparaison de la nouvelle approche par équations de transport à l'approche par critères algébriques, $Tu=0,8\%$	138
5.42	T106C - Schéma de principe du montage de "barreaux défilant"	139
5.43	T106C - Cartographie imposée pour modéliser les sillages amont : pression totale relative (pt relative), énergie cinétique de turbulence (k), angle de l'écoulement. Grandeurs adimensionnées	140
5.44	T106C - Profil de vitesse imposé dans le plan d'entrée pour la simulation instationnaire, U_{ref} est la vitesse hors du sillage	141
5.45	T106C - Convergence en débit pour la simulation instationnaire, nombre de Reynolds de 100 000	141
5.46	T106C - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence adimensionnée : mise en évidence de la déformation du sillage, nombre de Reynolds de 100 000	142
5.47	T106C - Isocontours de la seconde variable de transition \overline{Re}_θ , nombre de Reynolds de 100 000	142
5.48	T106C - Evolution du frottement longitudinal à la paroi sur l'extrados sur trois périodes, nombre de Reynolds de 100 000	143
5.49	T106C - Distributions stationnaire et instationnaire moyennées sur une période des nombres de Mach isentropique sur l'extrados, nombre de Reynolds de 100 000	144
5.50	T106C - Evolution du frottement longitudinal à la paroi sur l'extrados sur trois périodes, nombre de Reynolds de 140 000	145
5.51	T106C - Distributions stationnaires et instationnaires moyennées sur une période de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, nombre de Reynolds de 140 000	145
5.52	T108- Profil de l'aube T108	146
5.53	T108 - Distributions à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, $Tu=0,8\%$	147
5.54	T108 - Distributions à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique : zoom sur la partie aval de l'extrados, $Tu=0,8\%$	147
5.55	T108 - Evolution des pertes (ζ) à mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	148
5.56	T108 - Evolution de l'angle moyen de sortie de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	148
5.57	T108 - Vue du maillage	149
5.58	T108 - Comparaison des pertes (ζ) prévues par simulation numérique et mesurées à mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	150
5.59	T108 - Comparaison des valeurs de l'angle moyen de sortie de l'écoulement prévues par simulations numériques et mesurées à mi hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	150
5.59	T108 - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, $Tu=0,8\%$	152

5.60	T108 - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=0,8\%$	153
5.61	T108 - Comparaison des distributions de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$	154
5.62	T108 - Comparaison des pertes prévues par simulations numériques et mesurées à mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	155
5.63	T108 - Comparaison des valeurs de l'angle moyen de sortie de l'écoulement pré- vues par simulations numériques et mesurées à mi hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$	155
B.1	Schéma de principe de la correction de Harten	179
B.2	Schéma de principe de la reconstruction MUSCL - Les variables conservatives de différentes cellules sont représentées en rouge, les valeurs reconstruites par formulation décentrée par les traits et cercles bleus, et celles reconstruites à l'aide de la formulation centrée par le trait et le cercle vert.	180
B.3	Représentation des limiteurs Minmod, de van Albada et Superbee (Hirsch) . . .	181

Liste des tableaux

1.1	Nombres de Zweifel pour la série de profils T106	18
3.1	Correspondance entre les valeurs pour la clé "mobile_coeff" et le mouvement de la paroi	59
3.2	Rotor 37 - Caractéristiques du rotor	61
3.3	Rotor 37 - Caractéristiques du maillage	61
3.4	Présentation des caractéristiques géométriques de la grille ISO ainsi que des conditions d'essais	71
4.1	LS89 - Caractéristiques géométriques de l'aubage	76
4.2	LS89 - Description des différentes conditions d'écoulement étudiées	76
4.3	LS89 - Caractéristiques du maillage	77
4.4	LS89 - Conditions aux limites pour la seconde variable de turbulence en entrée du domaine de calcul	77
4.5	CT3 - Caractéristiques géométriques des aubages à mi hauteur de veine	94
4.6	CT3 - Conditions d'écoulements propres à chaque cas ; $P_{t,1}$ =Pression totale dans le plan 1 ; $P_{s,3}$ =Pression statique dans le plan 3 ; $M_{is,2}$ =nombre de Mach isentropique dans le plan 2 ; $M_{is,3}$ =nombre de Mach isentropique relatif dans le plan 3	95
4.7	CT3 - Dimensions du maillage	96
5.1	T106C - Caractéristiques géométriques de l'aubage	114
5.2	T106C - Conditions d'écoulements étudiées par Arts et al.	115
5.3	T106C - Dimensions du maillage	120
5.4	T106C - Conditions d'écoulements et caractéristiques du montage pour l'expérience portant sur la transition instationnaire	139
5.5	T106C - Comparaison des pertes (ζ) estimées par simulations numériques aux pertes mesurées	145
5.6	T108 - Caractéristiques géométriques du profil d'aube	146
5.7	T108 - Conditions d'écoulement investiguées	147
5.8	T108 - Caractéristiques du maillage	149

Nomenclature

Latin

$\underline{\underline{A}}$	Matrice de Roe
C	Corde
C_{ax}	Corde axiale
C_f	Coefficient de frottement à la paroi
C_p	Coefficient de pression
c_p	Chaleur spécifique à pression constante
c_v	Chaleur spécifique à volume constant
d, d_1	Distance à la paroi
E	Energie totale
e	Energie interne
F_1	Fonction de raccord du modèle $k - \omega$ SST
$F_c, \underline{\underline{Fc}}$	Flux convectifs
$F_d, \underline{\underline{Fd}}$	Flux diffusifs
f	Fréquence
\bar{f}	frequence réduite
Go	Nombre de Gortler
H	Facteur de forme
	Coefficient d'échange de chaleur
h	Longueur caractéristique
	Coefficient d'échange de chaleur
$\underline{\underline{I}}$	Tenseur identité
K	Paramètre d'accélération de Thwaites
K_T	Coefficient de conductivité thermique
K_t	Coefficient de conductivité thermique turbulent
k	Energie cinétique de turbulence
	Hauteur de rugosité
k_l	Energie cinétique des fluctuations laminares
k_t	Energie cinétique des fluctuations turbulentes
k_{gaz}	Conductivité du gaz

L	Longueur caractéristique
l	Longueur du bulbe
M	Nombre de Mach
M_r	Nombre de Mach relatif
M_{is}	Nombre de Mach isentropique
$M_{r,is}$	Nombre de Mach relatif isentropique
N	Maximum du facteur d'amplification
Nu	Nombre de Nusselt
n, \underline{n}	Normal sortante à la paroi
P_{ij}	Tenseur du taux de production des tensions de Reynolds
$P_k P_{ij}$	Tenseur du taux de production des tensions de Reynolds
P_t	Pression totale
P_s	Pression statique
Pr	Nombre de Prandtl
Pr_t	Nombre de Prandtl turbulent
p	Pression
\underline{q}	Vecteur flux de chaleur
$\underline{q_t}$	Vecteur flux de chaleur turbulent
$R_{cd\Omega}$	Résidu de discretisation
$Re_{\theta t}$	Nombre de Reynolds obtenu par la corrélation empirique
Re_{θ}	Nombre de Reynolds
Re_{θ}	Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement
$\overline{Re_{\theta}}$	Valeur local du Nombre de Reynolds critique pour l'entrée en transition
$Re_{\theta c}$	Nombre de Reynolds critique effectif pour l'entrée en transition
Re_k	Nombre de Reynolds basé sur la hauteur de rugosité
R_T, Re_T	Nombre de Reynolds de turbulence
Re_v	Nombre de Reynolds basé sur la vorticité locale
r	Rayon de courbure
	Constante des gaz parfaits
S, s	Abscisse curviligne
S	Norme du tenseur des contraintes
	Abscisse curviligne
$\underline{\underline{S}}$	Tenseur des taux de déformation

Liste des tableaux

S_{ij}	Tenseur des gradients de vitesse
T	Température statique
T_t	Température totale
T_i	Période instationnaire au sein de la roue d'indice i
T_{rotor}	Période instationnaire au sein du rotor
T_{stator}	Période instationnaire au sein du stator
Tu	Taux de turbulence extérieure
t	Temps
U	Vitesse axiale
	Norme de la vitesse
U_∞	Vitesse axiale infinie amont
U_e	Vitesse à la frontière de couche limite
u	Vitesse axiale
u_τ	Vitesse de frottement
V_{bf}	Vitesse au bord de fuite
V_Ω	Volume de la cellule
v	Vitesse selon la direction normale
\underline{v}	Vecteur vitesse
\underline{W}	Vecteur des variables conservatives
W_Ω	Vecteur des inconnus
w	Vitesse selon la direction transversale
y	Distance à la paroi
y_1	Taille de la première maille
Z	Nombre de Zweifel
Grec	
Δt_c	Pas de temps
Δt_c	Pas de temps convectif
Δt_D	Pas de temps diffusif
ε	Taux de dissipation de la turbulence
γ	L'intermittence
	Rapport des chaleurs spécifiques
γ_{sep}	Fonction d'intermittence modelisant la transition par bulbe de décollement
κ	Constante de von Kármán

Λ	Paramètre de gradient de pression de Polhausen
λ	Macro échelle de Taylor
	Second coefficient de viscosité
	Valeur propre
λ_{eff}	Echelle de longueur effective de turbulence
λ_T	Echelle de longueur caractéristique des fluctuations de la turbulence
μ	Viscosité dynamique
μ_t	Viscosité dynamique turbulente
ν	Viscosité cinématique
ν_t	Viscosité cinématique turbulente
Ω	Module de la vortacité
	Domaine de calcul
	Vitesse de rotation
ω	Taux spécifique de dissipation de la turbulence
ρ	Masse volumique
ρ_{diff}	Rayon spectrale de la matrice Jacobienne des flux diffusifs
Σ_i	Facette i de la cellule de maillage
τ_p	Contrainte de cisaillement pariétal
θ	Epaisseur de quantité de mouvement
$\underline{\underline{\tau}}$	Tenseur des contraintes visqueuses
Θ	Pas inter-aube
$\chi^{(2)}$	Coefficient de dissipation artificielle de Jameson de second ordre
$\chi^{(4)}$	Coefficient de dissipation artificielle de Jameson de quatrième ordre
ζ	Coefficient de pertes

Indices

$cr, crit$	Valeur au point critique
eff	Effective
is	Isentropique
L, lam	Laminaire
lim	Valeur limite
r	Au point de recollement
s	Au point de séparation
T, t	Au point de transition

Liste des tableaux

$turb$	Turbulent
x	Composante axiale
θ	Composante azimutale
∞	Infini amont

Exposants

$+$	Quantité adimensionnée avec les échelles de paroi
n	Instant n
	Pas de temps n

Symboles

a'	Fluctuation (moyenne d'ensemble)
\tilde{a}	Fluctuation (moyenne pondérée par la masse)
δ_{ij}	Matrice identité
\hat{a}	Moyenne en azimuth suivant un pas inter-aube
\bar{a}	Moyenne d'ensemble
\tilde{a}	Moyenne pondérée par la masse
\underline{a}	Tenseur de rang 2
\underline{a}	Vecteur - Tenseur de rang 1

Acronymes

<i>AGS</i>	Abu-Ghannam et Shaw
<i>AHD</i>	Arnal-Habiballah-Delcourt
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>CFL</i>	Nombre de Courant-Friedrichs-Lewy
<i>DLR</i>	Deutschen Zentrums für Luft-und Raumfahrt
<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation
<i>elsA</i>	ensemble logiciel de simulation en Aérodynamique
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation
<i>MUSCL</i>	Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservative Law
<i>ONERA</i>	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales
<i>pgcd</i>	plus grand commun diviseur
<i>PUIM</i>	Prescribed Unsteady Intermittency Method
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes
<i>SST</i>	Shear Stress Transport
<i>TATMo</i>	Turbulence And Transition Modelling for special turbomachinery application

TS Tollmien Schlichting
URANS Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
UTAT Unsteady Transitional Flows in Axial Turbomachines
VKI Von Karman Institute

Introduction

Un turboréacteur est une machine complexe qui n'a cessé de connaître des améliorations techniques depuis son apparition : amélioration du rendement global de la machine, baisse de la consommation en carburant, durée de vie des matériaux rallongée, bruit émis plus faible, etc. Ces améliorations ont été possibles en grande partie grâce au développement et à l'accroissement des moyens de simulation numérique.

L'International Air Transport Association (IATA) prévoit pour les vingt prochaines années une augmentation continue de l'ordre de 5% par an du trafic aérien menant aux horizons de 2030 à un doublement du trafic aérien actuel. Le défi qu'impose cette augmentation du trafic à venir est d'y répondre mais avec l'impératif de prendre en compte les exigences environnementales : l'avion de demain doit être plus sûr, plus propre, plus silencieux. L'Advisory Council for Aeronautics Research in Europe (ACARE) a orienté la recherche dans le secteur aéronautique au début des années 2000 vers cet objectif d'avion plus propre et plus silencieux. L'ACARE s'est fixé des objectifs pour 2020 qui doivent permettre une réduction des émissions de CO_2 de 50%, d'oxydes azotés appelés NO_x de 80% et du bruit de 50%. Pour atteindre ces objectifs la contribution des motoristes consiste à réduire de 6dB le bruit de chaque composant du moteur (entrée d'air, compresseur, chambre de combustion etc) et de réduire de 60% les NO_x et de 20% la consommation spécifique. La réduction de la consommation spécifique est un impératif également dicté par la hausse du prix du pétrole. Toutes ces contraintes amènent les motoristes à rechercher en permanence l'amélioration des performances globales du moteur, une réduction de la masse, de la consommation spécifique et plus généralement des coûts comme par exemple les coûts de maintenance du moteur.

La turbine basse pression représente environ 30% de la masse totale d'un moteur d'avion. Composée de plusieurs roues successives, cet encombrement important est due à la faible vitesse de rotation de cette turbine et à l'importante puissance qu'elle doit fournir pour entraîner la soufflante. Aussi, toute réduction de la masse de cette turbine ou toute amélioration de son rendement se traduit par un gain certain sur la consommation du moteur. On estime (Hodson [1]) qu'un gain de 1% du rendement polytropique de la turbine basse pression permet une réduction de 0.5% de la consommation spécifique. Les turbines basse pression de turboréacteurs modernes ont des rendements proches des 95 %. Il devient dès lors difficile d'améliorer les rendements des turbines basse pression de manière significative. Réduire la masse de la turbine basse pression en réduisant le nombre d'aubes par roue est devenue un nouvel axe de développement des motoristes. Cela permet de diminuer la consommation d'un moteur une fois ce dernier installé sur un avion en contribuant à diminuer la masse totale de l'avion. De plus, la réduction du nombre d'aubes sur la turbine basse pression permet de diminuer fortement les coûts de maintenance du moteur. Ces considérations ont conduit les motoristes à s'orienter vers un dessin d'aubage dit "high lift" ou en français "fortement chargé" car la réduction du nombre d'aubages augmente la charge par aubage. Toutefois, cette réduction du nombre d'aubes ne doit pas se faire au détriment du rendement global de la turbine qui doit être maintenu aux niveaux actuellement atteint. Le rendement d'une turbine basse pression est fortement lié à la nature de la couche limite qui se développe sur l'aubage, les pertes principales au sein d'une roue étant les pertes de profil [1]. Les turbines

basse pression de turboréacteurs ont la particularité d'évoluer à des nombres de Reynolds caractéristiques "faibles", typiquement de l'ordre de 100000. Ces valeurs faibles de nombres de Reynolds associées à un dessin d'aubage de type "high lift" implique la nécessité de prendre en compte le phénomène de transition laminaire-turbulent. En effet, la couche limite se maintient dans un état laminaire sur d'importantes zones de l'aubage et, face à un gradient de pression adverse intense imposé par le dessin "high lift", tend à transitionner via un processus de transition par bulbe de décollement. Il devient dès lors primordial pour le concepteur de turbines basse pression de disposer d'outils fiables et précis de prévision de la position de la transition laminaire-turbulent. Ces outils permettent de dessiner de nouveaux profils d'aube fortement chargés sans sous estimer les pertes qui pourraient être liées à l'apparition d'un décollement massif de couche limite laminaire. La prévision de la transition laminaire-turbulent est donc critique pour le dessin de turbines basse pression à profil fortement chargé.

Le phénomène de transition laminaire-turbulent doit être également pris en compte pour la conception d'aubages de turbine haute pression située à l'aval de la chambre de combustion. L'écoulement le long des aubages de cette turbine est accéléré sur une partie non négligable de sorte qu'une couche limite laminaire prend place sur une partie conséquente de l'aubage. L'amélioration du dessin des chambres de combustion et l'accroissement volontaire qu'a connu la température des gaz en sortie de chambre (accroissement destiné à améliorer le rendement du moteur) permettent aujourd'hui aux gaz à la sortie de la chambre de combustion d'atteindre des températures avoisinant les 2000K. De forts échanges de chaleur prennent place sur les parois des aubages et les matériaux sont d'ailleurs refroidis pour éviter de subir des endommagements graves. Les niveaux des échanges de chaleur à la surface d'une paroi, dans une couche limite, sont fortement dépendants de la nature de la couche limite. Etant donnée la présence de zones laminaires sur les aubages de stator de turbine haute pression et d'échanges de chaleur importants sur ces aubages, la bonne prévision de la nature de la couche limite est également primordiale pour estimer au mieux la durée de vie de l'aubage.

La mise en oeuvre de simulations numériques de type RANS tri-dimensionnelles est couramment pratiquée de nos jours lors de la conception de turbomachines en industrie. Les capacités de calcul actuelles ne permettant pas la réalisation de simulations numériques de type LES ou DNS pour des cas industriels complexes en turbomachines, les simulations RANS demeurent les seules applicables à court et moyen terme. La prise en compte de la transition laminaire-turbulent dans le cadre de simulations numériques à l'aide de codes de calcul de type RANS n'est pas systématique car ce type de code n'offre pas de moyen simple de tenir compte des effets de transition. En effet, comme pour la turbulence, la transition est d'abord analysée d'un point de vue théorique et modélisée, puis ces modèles sont implantés dans les codes de calcul RANS tri-dimensionnels. Les modèles de transition développés jusqu'à présent (méthode dite e^N , définition de critère de transition et de fonctions d'intermittence, mise en oeuvre d'équations de transport pour décrire l'évolution de l'intermittence ou des fluctuations prétransitionnelles laminaires) permettent tous de rendre compte de la physique de manière plus ou moins correcte suivant les cas d'application, suivant la physique générale du problème. A l'heure actuelle la méthode la plus employée reste l'utilisation de critères de transition et de fonctions d'intermittence empiriques. Un critère de transition permet de connaître une valeur critique pour une donnée propre à la couche limite (en général Re_θ au delà de laquelle la couche limite est considérée comme turbulente. Une fonction d'intermittence permet de décrire la zone

transitionnelle. Il est de nos jours possible d'utiliser ces critères dans le cadre de simulations numériques tri-dimensionnelles mais de manière très limitée. En effet l'utilisation de critères de transition ou des autres modèles cités précédemment présente un défaut majeur : ces modèles demeurent difficiles à implanter et à mettre en oeuvre dans des codes de simulation de type RANS car ils sont basés sur des données non locales à la cellule de maillage. Il faut en pratique disposer d'informations sur la topologie du maillage, le sens de l'écoulement, la frontière de la couche limite, etc, pour éventuellement employer ces modèles de transition laminaire-turbulent. Face à ces difficultés, Menter et Langtry ont proposé un modèle de transition fondé uniquement sur des données locales à la cellule de calcul permettant un codage simple et efficace et une facilité de mise en oeuvre de simulations de type RANS avec la prise en compte automatique du phénomène de transition laminaire turbulent. La prise en compte de ce phénomène lors de la conception de turbine basse pression ou de stator d'entrée de turbine haute pression devient simple et applicable en milieu industriel.

Ce travail de thèse a consisté à implanter et évaluer le modèle de transition proposé par Menter et Langtry dans le cadre de la simulation d'écoulements en turbomachine à l'aide du code *elsA* développé par l'ONERA. Le premier chapitre de cette thèse présente une synthèse bibliographique des études expérimentales et théoriques concernant le phénomène de transition laminaire turbulent ainsi que sa modélisation. Les différents processus de transition sont décrits, plus particulièrement les modes de transition rencontrés pour des écoulements internes en turbomachine ainsi que les différentes modélisations existantes du phénomène. Le second chapitre de cette thèse expose en détail le modèle de transition étudié. Les bases du modèle sont analysées ainsi que les différentes équations de fermeture du modèle proposées par plusieurs auteurs. Ce second chapitre s'achève par une description non exhaustive d'études publiées ces dernières années, et pour la plupart postérieures au début de cette thèse, concernant l'application du nouveau modèle de transition à la simulation d'écoulements en turbomachine. Le troisième chapitre s'intéresse aux travaux de codage qui ont été effectués afin d'implanter ce nouveau modèle dans le code *elsA*. Les traitements particuliers pour l'implication des termes source et le calcul du pas de temps sont en particulier traités dans un premier temps. Dans un second temps la prise en compte de différentes vitesses de paroi au sein d'un même domaine de calcul est abordée. Enfin, dans une troisième partie ce chapitre présente les premières simulations de validation sur des cas réels tridimensionnels de complexité croissante en particulier deux cas industriels. Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse de la prévision de la transition laminaire-turbulent dans le cadre d'applications d'aérothermie. Les simulations sont entreprises sur deux cas documentés pour lesquels des données expérimentales existent : les cas d'aube LS89 et l'étage de turbine CT3 du VKI. Pour ces deux cas d'étude, des mesures de flux de chaleur pariétaux sont disponibles ce qui permet la comparaison entre données expérimentales et données numériques quand à la prévision des flux de chaleur sur aube. Le cinquième chapitre est dédié à la mise en oeuvre de simulations numériques à l'aide du code *elsA* et du modèle de transition pour la prévision de la transition sur des aubages de turbine basse pression évoluant à bas nombres de Reynolds. Ce travail a été effectué à l'aide d'une base de données expérimentale : la base de données TATMo. Les données expérimentales disponibles pour les aubages appelés T106C et T108 représentatifs d'aubages de type "high lift" de turbine basse pression ont permis de disposer de données de référence pour cette étude. La comparaison entre prévisions numériques et données expérimentales a été entreprise pour plusieurs nombres de Reynolds ainsi que plusieurs taux de turbulence de manière stationnaire et instationnaire, c'est à dire en tenant compte du défilement

des sillages amont. La prévision par le modèle de transition de Menter de la transition laminaire turbulent à travers un bulbe de décollement est analysée dans ce chapitre.

Etude bibliographique

L'objectif de ce chapitre est de présenter une synthèse bibliographique du phénomène de transition laminaire-turbulent. Dans une première partie, figurent des généralités sur la transition notamment les différents modes de passage de l'état laminaire à l'état turbulent de la couche limite et les différents paramètres influençant le phénomène. La seconde partie de ce chapitre est une synthèse des effets de transition et des principales études publiées sur le sujet en turbomachines. Enfin, dans une troisième partie, les différentes modélisations du phénomène sont présentées et analysées.

1.1 La transition laminaire-turbulent

Le passage de l'écoulement de l'état laminaire à l'état turbulent est appelé transition laminaire-turbulent et plus communément juste transition. La nature de l'écoulement est une donnée essentielle notamment près des parois dans les couches limites. En effet, une couche limite laminaire a des propriétés différentes d'une couche limite turbulente : un frottement à la paroi plus faible pour une couche limite laminaire, une tendance à décoller de la paroi plus facilement face à un gradient de pression adverse et des échanges de chaleur à la paroi moindre pour la couche limite laminaire. Comme l'indique la figure 1.1 sur laquelle est représenté le coefficient de frottement à la paroi C_f pour un écoulement de plaque plane sans gradient de pression le frottement à la paroi est radicalement différent selon la nature de la couche limite. La transition entre l'état laminaire et l'état turbulent est visible au sursaut de frottement qui se produit lors de ce passage. Le passage de l'état laminaire à l'état turbulent n'est pas universel et plusieurs scénarios de transition existent. Les paragraphes suivants décrivent les différents types de transition rencontrés et leurs caractéristiques.

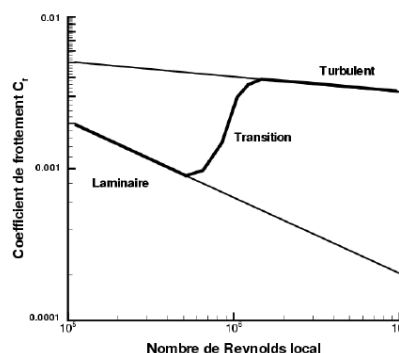


FIGURE 1.1 – Evolution du coefficient de frottement sur une plaque plane en fonction du nombre de Reynolds - Dhawan et Narasimha [2]

1.1.1 La transition naturelle

La transition naturelle a été le premier mode de transition étudié. On parle également souvent de transition modale car la théorie de stabilité linéaire des écoulements suite à une petite perturbation permet de décrire ce type de transition. Tollmien [3] a été le premier à établir une théorie de stabilité linéaire pour les équations de la couche limite et Schlichting [4] le premier à déterminer les fréquences instables et comment ces dernières s'amplifient. Ces fréquences instables correspondent à des ondes appelées ondes de Tollmien-Schlichting (TS). Elles représentent la réponse de la couche limite à de faibles perturbations qui peuvent être de différents types : rugosité de paroi, ondes acoustiques, turbulence extérieure. La turbulence extérieure, principale perturbation prise en compte pour le phénomène de transition naturelle, est ici considérée comme faible car les taux de turbulence extérieure Tu sont inférieurs à 1%.

Le processus d'amplification des perturbations et le passage de l'état laminaire à l'état turbulent est décrit par la figure 1.2. La turbulence extérieure induit des perturbations au sein de la couche limite. Au delà d'une valeur critique ces perturbations donnent naissance aux ondes de TS instationnaires qui se déplacent à une vitesse d'environ $0.3 - 0.35U_\infty$. Ces ondes s'amplifient de manière exponentielle entraînant l'apparition de distorsions tridimensionnelles dans la couche limite. A l'aval, de petites zones locales de turbulence entourées par un écoulement laminaire appelées "spots turbulents" se créent. Les spots turbulents finissent par s'agglomérer et la couche limite devient pleinement turbulente. La visualisation expérimentale de ce phénomène a été réalisée la première fois par Schubauer Skramstad en 1948 [5].

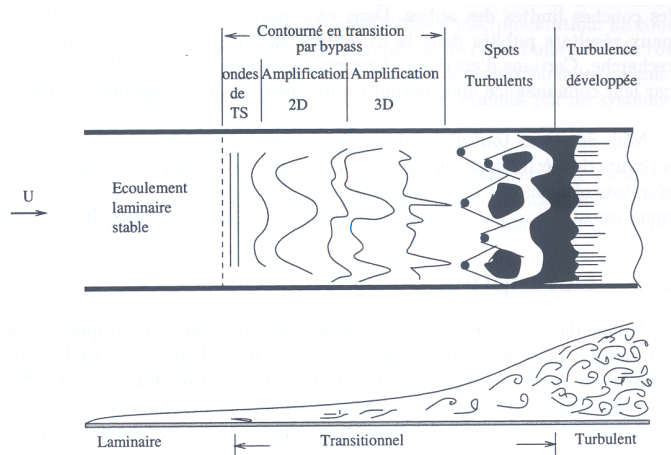


FIGURE 1.2 – Mécanismes de la transition naturelle - White [6]

La figure 1.3 représente la propagation et l'amplification des ondes TS jusqu'à l'apparition de spots turbulents (à droite sur la figure) visualisée à l'ONERA par Werlé.

La transition naturelle ou transition à faible taux de turbulence est étudiée principalement dans le cadre d'applications en aérodynamique externe comme par exemple la transition sur une aile d'avion.

1.1.2 La transition *bypass*

Lorsque le taux de turbulence est supérieur à 1%, ce qui est considéré comme une valeur significative, le mécanisme précédent de transition n'est plus vérifié. En effet les premières

1.1. La transition laminaire-turbulent

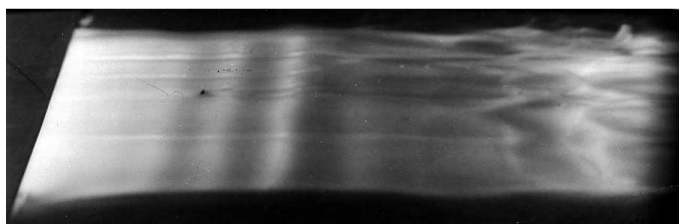


FIGURE 1.3 – Visualisation des ondes TS - Werlé

étapes des mécanismes de la transition naturelle, à savoir l'apparition d'ondes TS 2D puis 3D, sont court-circuitées d'où le nom de transition *bypass*. Deux descriptions de la transition bypass ont été données. Dryden [7], Taylor [8] et Klebanoff [9] observent des structures tridimensionnelles allongées suivant la direction de l'écoulement dans la couche limite, structures que Kendall [10] qualifiera par la suite de modes de Klebanoff. Ces modes correspondent à la croissance transitoire de perturbations importantes qui engendrent l'apparition de stries dans la direction transverse à l'écoulement.

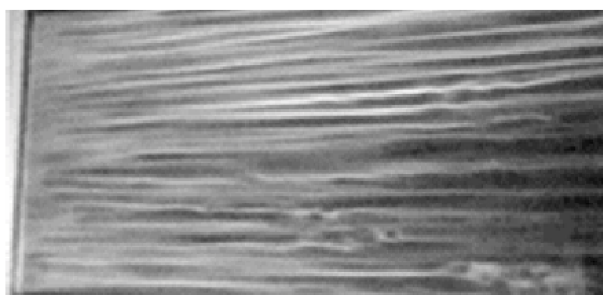


FIGURE 1.4 – Visualisation des modes de Klebanoff - Matsubara et Alfredsson [11]

La figure 1.4 présente une visualisation expérimentale de ces modes pour une expérience sur plaque plane sans gradient de pression avec un taux de turbulence extérieure de 6%. Ces stries correspondent à des zones de faible vitesse juxtaposées à des zones de forte vitesse. Lorsque des niveaux de fluctuations de vitesse importante (de l'ordre de 10%) sont atteints au sein de ces stries, de nouvelles instabilités se déclenchent et des spots turbulents apparaissent dans la couche limite déclenchant la transition. Les fluctuations de vitesse longitudinale au sein des stries sont selon Mayle et Schulz causées par les fluctuations de pression provenant de l'extérieur de la couche limite. Ellingsen et Palm [12] quant à eux imputent l'apparition de fluctuations longitudinales de vitesse dans la couche limite à l'interaction entre le cisaillement dans la couche limite et les fluctuations de vitesse normale causées par la turbulence extérieure. Juste avant le déclenchement de la transition et l'apparition de spots turbulents, les fluctuations de vitesse longitudinale (appelées également fluctuations laminares) deviennent importantes par rapport au taux de turbulence extérieur. Outre cette description de la transition à fort taux de turbulence, Mayle [13] avait caractérisé auparavant la transition à fort taux de turbulence extérieure par l'apparition directe de spots turbulents dans la couche limite sans stries, ce qui contredit la description précédente et est à l'origine de l'appellation *transition bypass*. Hormis un fort taux de turbulence extérieure comme mécanisme précurseur de la transition bypass, ce mode de transition peut également être provoqué par une rugosité de surface importante. Ces deux aspects (rugosité, taux de turbulence élevé) amènent à considérer l'apparition de ce mécanisme

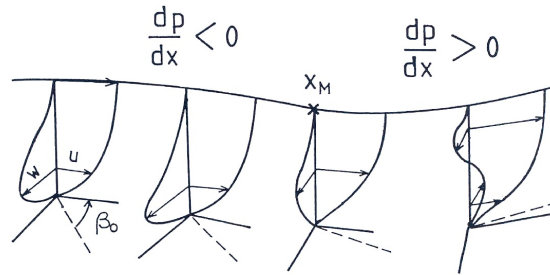


FIGURE 1.5 – Modélisation de l'écoulement de type cross flow - Arnal et al. [16]

de transition dans le cadre de la couche limite attachée pour des études en turbomachines.

1.1.3 La transition par *cross flow*

Pour un écoulement tridimensionnel la transition peut également être initiée par l'apparition d'un écoulement transverse ou en anglais "*cross-flow*". Ce mode de transition se rencontre notamment sur les ailes en flèche. Boltz et al [14] observent pour une aile en flèche que, à partir d'un certain nombre de Reynolds, la transition n'apparaît plus dans la zone où l'écoulement est décéléré (i.e. face à un gradient de pression adverse) mais proche du bord d'attaque dans une zone où l'écoulement est accéléré. Ceci est en contradiction avec les résultats et observations effectués pour des écoulements bidimensionnels pour lesquels il est observé que la transition n'a pas lieu dans une zone où l'écoulement est accéléré, l'accélération étant un facteur stabilisant pour la couche limite. En réalité, pour l'aile avec une flèche suffisamment "importante", il apparaît au bord d'attaque un écoulement transversal. Cet écoulement transversal représenté sur la figure 1.5 et modélisé par la composante w de la vitesse qui présente toujours un point d'inflexion conduisant à l'apparition d'instabilités transversales. Ces dernières peuvent alors déclencher la transition de manière plus rapide que sous le fait unique d'ondes TS. Le lecteur pourra se référer à Piot [15] qui a étudié de manière détaillée ces phénomènes d'instabilité et leur contrôle par micro-rugosités.

1.1.4 La transition par bulbe de décollement

Pour des conditions de nombre de Reynolds et de taux de turbulence données, lorsque le gradient de pression adverse devient suffisamment important, la couche limite encore laminaire ne reste plus rattachée à la paroi et se détache de cette dernière. Dans la zone de mélange, frontière entre la zone décollée et l'écoulement extérieur, se développent des instabilités qui vont entraîner la transition progressive vers la turbulence et le recollement de la couche limite. La longueur de la zone décollée et donc la longueur de ce bulbe de décollement dépend de l'intensité du gradient de pression, du taux de turbulence extérieure et du nombre de Reynolds. Plus le nombre de Reynolds est faible et/ou plus le taux de turbulence extérieure est faible, plus la longueur de la zone décollée sera importante pour un même gradient de pression. De même plus le gradient de pression est important plus la longueur de la zone décollée est importante pour un taux de turbulence fixé. Le bulbe de décollement est classiquement défini comme court ou long. Plusieurs descriptions existent pour décrire la transition par bulbe de décollement. Horton [17] (cf. figure 1.6) décrit le phénomène de transition par bulbe de décollement court ainsi :

1.1. La transition laminaire-turbulent

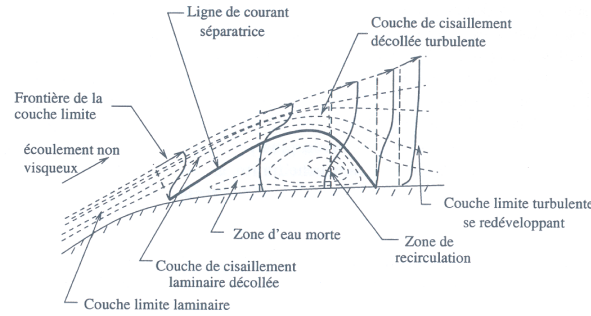


FIGURE 1.6 – Vue Schématique d'un bulbe de décollement selon Horton [17]

- des instabilités naissent dans la couche de cisaillement aux points où la vorticité est maximale suivant les profils de vitesse. Ces instabilités excitent les ondes de Kelvin-Helmoltz entraînant l'apparition de tourbillons . Dans la zone décollée de la couche limite, après le point de séparation, apparaît une zone dite d'eau morte qui correspond à une zone de fluide à très faible quantité de mouvement (Gleyzes et al [18]),
- la disparition des tourbillons de Kelvin Helmholtz entraine l'amplification des instabilités dans la couche de cisaillement déclenchant la transition. Ce point correspond au point d'épaisseur maximale du bulbe. La zone située entre le point de décollement et le point de transition est appelée partie laminaire du bulbe,
- une fois la transition déclenchée, l'échange de quantité de mouvement dans la zone de cisaillement par mélange turbulent entraîne le recollement progressif de l'écoulement à la paroi et par conséquent une réduction de l'épaisseur du bulbe,
- il apparaît entre le point de transition et le point de recollement dans la couche limite à côté de la zone d'eau morte une zone de recirculation correspondant à du fluide entraîné par le fluide en mouvement à la frontière de la ligne de séparation.

Notons que ce processus de transition est diff rent de celui de la couche limite attachée dans le sens où il n'y a pas l'apparition de spots turbulents. La transition une fois déclenchée produit une rapide passage à l'état turbulent ainsi que le recollement de la couche limite.

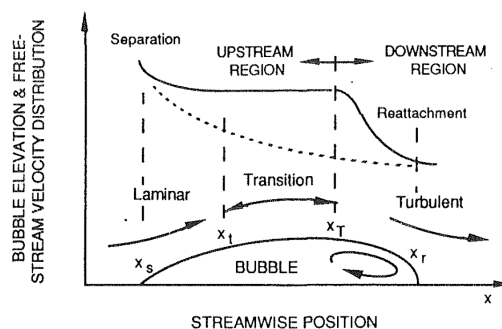


FIGURE 1.7 – Vue schématique d'un bulbe de décollement selon Mayle [13]

Mayle [13] propose une description du bulbe court différente de celle d'Horton (cf. figure 1.7). Selon Mayle [13] la transition ne débute pas ponctuellement au point d'épaisseur maximale du bulbe mais dans la partie laminaire du bulbe telle qu'elle a été décrite précédemment. De plus selon Mayle à l'aval du point d'épaisseur maximale du bulbe l'écoulement est turbulent et n'est plus transitionnel.

Hatman et Wang [19] ont proposé une description du bulbe court proche de celle proposée par Horton [17] mais en indiquant que la transition est complète à l'aval du point de recollement (cf. figure 1.8). Hatman et Wang [19] proposent également une description du bulbe long illustrée sur la figure 1.9. Après la séparation (en 'S'), dans un premier temps, il apparaît comme dans le cadre du bulbe court une zone d'eau morte et des instabilités dans la zone de mélange. Cependant, en raison du faible taux de turbulence extérieure et du faible nombre de Reynolds local, le mélange dans la zone de cisaillement qui conduit au recollement dans le cadre d'un bulbe court (ici matérialisé par la position X_{R1}) n'est plus assez intense et un deuxième bulbe de décollement prend place. Finalement le recollement intervient à l'aval de ce deuxième bulbe de décollement.

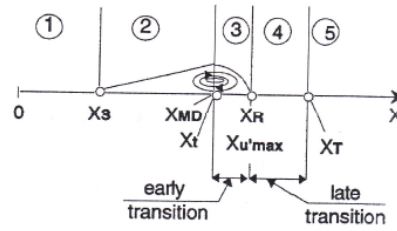


FIGURE 1.8 – Vue schématique d'un bulbe de décollement court selon Hatman et Wang [19]

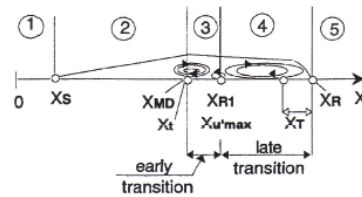


FIGURE 1.9 – Vue schématique d'un bulbe de décollement long selon Hatman et Wang [19]

Hatman et Wang [19] considèrent également un troisième type de bulbe : le bulbe court transitionnel (cf. figure 1.10). Ce dernier correspond au cas de figure où la transition débute avant la séparation de la couche limite et pour lequel les auteurs observent un bulbe court et une fin de transition située juste en aval du point de recollement.

1.1. La transition laminaire-turbulent

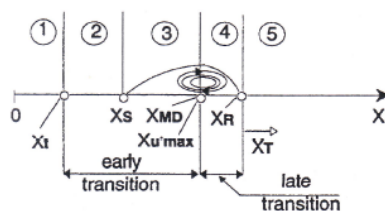


FIGURE 1.10 – Vue schématique d'un bulbe de décollement transitionnel selon Hatman et Wang [19]

Les différentes classifications de bulbes sont liées à la longueur du bulbe ou à l'impact du bulbe de décollement sur la distribution de pression à la paroi bien que ces deux aspects soient liés. En effet la partie laminaire du bulbe, ou du moins la portion du bulbe jusqu'au déclenchement de la transition, correspond à un plateau sur la distribution de pression à la paroi. Ainsi un bulbe court induit une faible modification de la distribution de pression pariétale en comparaison à celle obtenue sans décollement tandis qu'un bulbe long induit un plateau important et une importante modification de la distribution de pression. La figure 1.11 représentant différentes distributions de coefficient de pression C_p en fonction de l'abscisse illustre cet aspect. La distribution numéro 1 correspond au cas sans bulbe de décollement, la numéro 2 au cas où il y a présence d'un bulbe court, la numéro 3 au cas d'un bulbe long et enfin la numéro 4 au cas où la couche limite ne recolle pas avant le bord de fuite.

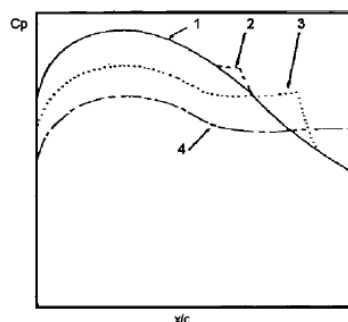


FIGURE 1.11 – Mise en évidence de l'effet d'un bulbe de décollement sur la distribution de pression - Horton [17]

Le passage du bulbe court au bulbe long provoque un plateau de pression constante de plus en plus marqué et par conséquent des écarts par rapport à la distribution de pression sans décollement de plus en plus importants. La présence d'un bulbe de décollement provoque également une chute du pic de vitesse atteint. Ce comportement est nettement plus marqué en présence d'un bulbe long.

Le passage du bulbe court au bulbe long est appelé *bursting*. Arts [20] qualifie le cas le plus extrême pour lequel il n'y a pas de recollement de couche limite de bulbe *ouvert*. Le passage d'un bulbe court à un bulbe long induit une hausse significative des pertes et des écarts en

terme d'angle d'écoulement aval. La bonne prévision du *bursting* en fonction des conditions d'écoulement est essentielle en aérodynamique.

1.1.5 La relaminarisation de l'écoulement

La relaminarisation ou passage de l'état turbulent à l'état laminaire peut être observée lorsque l'écoulement subit une forte accélération. Cependant en pratique elle est rarement rencontrée. En turbomachines une relaminarisation de l'écoulement peut être visible proche du bord de fuite du côté de l'intrados (cf. Figure 1.12). Mayle [13] considère, d'après les données expérimentales obtenues par Schraub et Kline [21], que la relaminarisation de l'écoulement est possible lorsque le paramètre d'accélération $K = \nu/U^2 (dU/ds)$ est supérieur à 3.10^6 . Toutefois le retour à l'état turbulent après la relaminarisation aura tendance à très vite apparaître dès que l'écoulement ne sera plus fortement accéléré. (i.e. dès que $K < 3.10^6$)

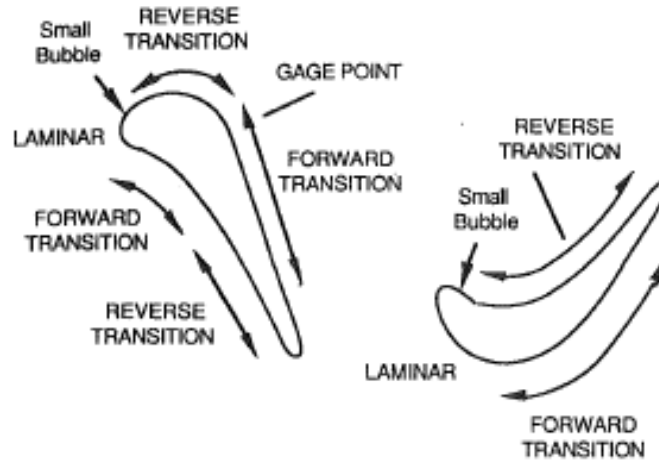


FIGURE 1.12 – Zones de transition et de relaminarisation sur un aubage - Mayle [13]

1.2 Facteurs influençant la transition

Les deux principaux facteurs influençant la transition sont le taux de turbulence extérieure à la couche limite Tu et le gradient de pression adverse qu'il est possible d'exprimer sous forme de paramètre de gradient de pression de Polhausen ou de paramètre d'accélération de Thwaites. Les définitions de ces paramètres sont données ci dessous :

– Le taux de turbulence extérieure

$$Tu = \sqrt{\frac{2k}{3U_e^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} U_e : \text{vitesse à la frontière de couche limite} \\ k : \text{énergie cinétique de turbulence} \end{array}$$

1.2. Facteurs influençant la transition

– Le paramètre de gradient de pression de Polhausen

$$\Lambda = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{ds} = K Re_\theta^2 \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} \theta : \text{épaisseur de quantité de mouvement} \\ s : \text{abscisse curviligne} \\ K : \text{paramètre d'accélération de Thwaites} \end{array} \quad (1.1)$$

$$K = \frac{\nu}{U_e^2} \frac{dU_e}{ds} \quad (1.2)$$

Outre le gradient de pression adverse et le taux de turbulence extérieure plusieurs facteurs influencent de manière plus ou moins importante le phénomène de transition :

– La rugosité de surface

Bons [22] a étudié et recensé les études traitant de l'état de surface d'une aube sur ses performances. L'auteur indique que pour une paroi rugueuse, c'est à dire en considérant une rugosité distribuée sur toute la surface en opposition à une rugosité ponctuelle, la transition se déclenche en amont du point de transition pour la même surface lisse lorsque la hauteur caractéristique de rugosité devient suffisamment importante. Bons [22] indique également que si la hauteur de rugosité n'est pas suffisamment importante aucune différence n'est à noter par rapport au cas de la paroi lisse. Une hauteur de rugosité importante peut provoquer une transition précoce et donc inhiber un décollement à très bas nombre de Reynolds mais pénalisera les performances à nombre de Reynolds élevé en augmentant le frottement. Bons [22] indique enfin qu'il existe de nombreuses corrélations empiriques mais qu'aucune n'est assez générale pour être appliquée systématiquement et qu'il reste encore un effort important de modélisation et de compréhension des effets de rugosité sur le comportement de la couche limite. La rugosité ponctuelle a également été étudiée dans le cadre du contrôle de la position de la transition laminaire-turbulent et des décollements. Von Doenhoff et Horton [23] proposent une corrélation empirique indiquant qu'il y a transition si le paramètre $Re_k = \rho U k / \mu$ excède la valeur critique de 600 (U étant la vitesse et k la hauteur caractéristique de rugosité). D'autres résultats expérimentaux postérieurs de Von Doenhoff et Braslow [24] montrent que la valeur critique de Re_k est dépendante du rapport d'aspect entre la hauteur de la rugosité et la largeur et/ou la longueur de la rugosité.

– Le nombre de Mach.

Dans le domaine transsonique (nombres de Mach inférieurs à 2.0), les effets de compressibilité sont considérés comme secondaires par rapport aux effets de la turbulence extérieure et de gradient de pression adverse. Pour un nombre de Mach compris entre 2 et 4, la compressibilité a pour effet de favoriser la transition c'est à dire de déplacer le point de transition vers l'amont. Pour des nombres de Mach supérieurs à 4, la compressibilité redevient un effet stabilisant pour la transition déplaçant vers l'aval le point de transition. Deux corrélations empiriques ont été proposées pour tenir compte des effets stabilisant de la compressibilité dans le domaine transsonique par deux auteurs : la corrélation de Chen et Thyson [25] et la corrélation de Narasimha [26]. Pour ces deux corrélations, il s'agit d'introduire une dépendance au nombre de Mach du nombre de Reynolds critique de transition. Pour Chen et Thyson [25] le nombre de Reynolds critique est proportionnel à $(1 + 0.078M^{1.92})^{-2}$ tandis que pour Narasimha [26] le nombre de Reynolds critique est proportionnel à $(1 + 0.38M^{0.6})^{-1.5}$.

- **La courbure de paroi.** Les effets de courbure sur la transition et sur la couche limite ont été étudiés par Gortler [27] et Liepmann [28]. Gortler montre que, sur une paroi concave, la couche limite devient instable à cause des forces centrifuges entraînant la formation de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs appelés tourbillons de Gortler. La figure 1.13 présente une vue schématique de ces tourbillons. Gortler indique que sur une paroi concave et pour un taux de turbulence extérieure de 3% la transition apparaît lorsque $Go = Re_\theta \sqrt{\theta/r} \geq 7$ avec r le rayon de courbure de la paroi. Liepmann indique quant à lui que sur une surface convexe la transition est très légèrement retardée par rapport à la position de la transition pour un écoulement à même gradient de pression sur une plaque plane. Liepman puis Mayle [13] indiquent que l'on peut considérer sur une paroi concave l'effet de la concavité comme négligeable sur la transition. Les études récentes de Johnson [29] indiquent que sur une paroi concave le frottement à la paroi augmente ainsi que les flux de chaleur pour une couche limite laminaire ou turbulente par rapport à une couche limite faisant face à un même gradient de pression sur une plaque plane. L'auteur lie ces échanges importants de chaleur et de frottement à de fort échanges de quantité de mouvement dans la couche limite induits par la présence de tourbillons de Gortler. L'auteur, en comparant des données expérimentales obtenues sur une paroi concave à des données obtenues sur une plaque plane pour un même gradient de pression, observe qu'en fonction du nombre de Reynolds Re_θ la transition peut être avancée sur une paroi concave.

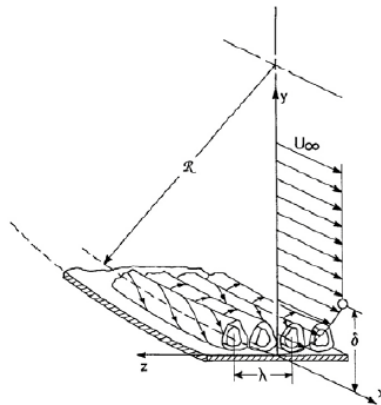


FIGURE 1.13 – Description schématique des tourbillons de Gortler présent sur une paroi concave - Saric [30]

Les effets de courbure sur la transition sont encore mal compris. Toutefois, les études mentionnées plus haut tendent à démontrer que les effet de courbure de la paroi sont négligeables par rapport aux effets de turbulence extérieure et de gradient de pression adverse.

- **La température de paroi.** L'effet stabilisant ou déstabilisant de la température de paroi sur la transition est lié aux variations de la viscosité du fluide μ induit par la température de paroi. Toutefois, selon Rued et Witting [31], ces effets sont négligeables pour des taux de turbulence extérieure à la couche limite supérieurs à 2% comme c'est souvent le cas en turbomachines.

1.3 Phénomène de transition laminaire-turbulent turbomachine

Le phénomène de transition laminaire-turbulent au sein d'écoulement en turbomachine a été abondamment étudié. Il existe une multitude d'articles scientifiques et de travaux de thèse consacrés à l'étude de ce phénomène. Aussi, toute tentative de donner une liste exhaustive de toutes les études serait vouée à l'échec. Toutefois, en turbomachine, quelques particularités se dégagent :

- les sillages périodiques des roues amont confère au phénomène un caractère instationnaire. L'impact des sillages amont sur la transition a été très tôt étudié et un mode de transition particulier y est associé : la transition multimode,
- peu d'études sont dédiées à des applications de compresseurs,
- une large majorité des études s'intéressent à des applications de turbines basse pression,
- quelques études concernent les aubages de turbine haute pression.

Ces disparités s'expliquent principalement par les nombres de Reynolds caractéristiques de chacune de ces parties d'un turboréacteur. Comme l'indique la figure 1.14 ci dessous les nombres de Reynolds caractéristiques au niveau de la turbine basse pression sont de l'ordre de 10^5 . Ces faibles valeurs du nombre de Reynolds pour cette partie du turboréacteur confèrent à l'étude du phénomène de transition laminaire-turbulent une importance particulière lorsque l'on s'intéresse à des applications en turbomachine.

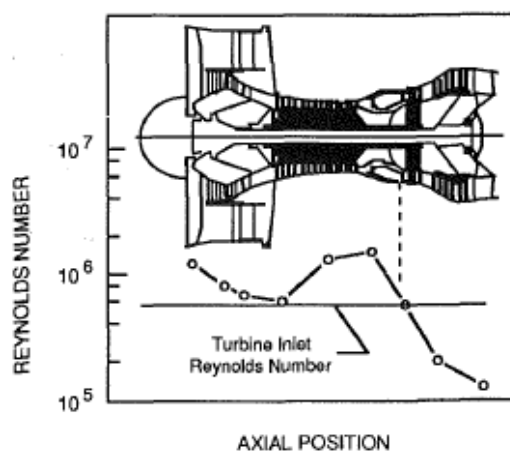


FIGURE 1.14 – Nombres de Reynolds caractéristiques pour chaque partie d'un turboréacteur - Hourmouziadis [32]

Les paragraphes suivants traitent des spécificités de la transition laminaire-turbulent en turbomachine.

1.3.1 La transition au sein des turbines basse pression

Les couches limites se développant sur les aubages de turbine basse pression sont laminares sur d'importantes zones de l'extrados ou de l'intrados. Le passage de l'état laminaire à l'état turbulent devient dimensionnant d'autant plus que ces aubes, qui sont fortement chargées, présentent des gradients de pression adverse importants. En effet en vue d'une réduction de masse de la turbine basse pression qui pèse près de 30% de la masse totale d'un turboréacteur

civil, le dessin des profils d'aubages de turbine basse pression s'est orienté vers le concept "high lift" voire "ultra high lift". Ces termes sont employés pour qualifier un chargement important de l'aubage [33]. La charge de l'aubage est évaluée à travers le coefficient de *Zweifel*. Ce paramètre, introduit par Otto Zweifel [34], compare la charge réelle de l'aubage à la charge idéale définie comme la différence entre la pression totale amont et la pression statique aval. L'expression du nombre de *Zweifel* en tenant compte des effets de compressibilité est donnée ci dessous :

$$Z = \frac{\text{charge de l'aubage}}{\text{charge idéale}} = \frac{\text{Pas inter aube} \left(\rho^{aval} V_x^{aval} V_\theta^{aval} - \rho^{amont} V_x^{amont} V_\theta^{amont} \right)}{\text{corde axiale} \left(p_{totale}^{amont} - p_{statique}^{aval} \right)} \quad (1.3)$$

avec ρ la densité, p la pression, V_x la vitesse axiale et V_θ la vitesse tangentielle. Un nombre de Zweifel élevé signifie un fort gradient de pression adverse dans la zone de décélération. Les valeurs conventionnelles de ce facteur sont de l'ordre de 0.9-1.0. La conception actuelle des aubes de turbine basse pression fait apparaître des nombres de l'ordre 1.2 à 1.4 ce qui implique un fort gradient de pression adverse [33]. A titre d'exemple les nombres de Zweifel de la série de profils T106 étudiés expérimentalement par de nombreux auteurs et représentatifs d'aubages modernes de turbine basse pression sont donnés dans le tableau 1.1 ci dessous. Les valeurs rencontrées illustrent bien l'aspect "high lift" du dessin actuel de profils d'aubages de turbine basse pression [33].

	Nombre de Zweifel
T106A	1.04
T106B	1.19
T106C	1.36

TABLE 1.1 – Nombres de Zweifel pour la série de profils T106

La combinaison de faibles nombres de Reynolds et un dessin "high lift" explique l'intérêt qui est porté à l'étude du phénomène de transition pour les turbines basse pression. Hodson a consacré au cours des trente dernières années de multiples recherches expérimentales dédiées à cette problématique. Les travaux d'Hodson [1] se focalisent sur l'étude expérimentale des effets de sillage et du *calming* sur la transition. Hormis Hodson qui contribua de manière remarquable à l'étude de ce sujet de nombreux autres auteurs se sont intéressés à la compréhension de la transition au sein des turbines basse pression [35] [36] [37]. Ce sujet est très étudié dans la communauté de la recherche en aérodynamique des turbomachines et deux projets de recherche européen consécutifs y ont été consacrés récemment : les projets de recherche UTAT (Unsteady Transitional Flows in Axial Turbomachines) et TATMo (Turbulence And Transition Modelling for special turbomachinery application).

1.3.2 La transition laminaire-turbulent au sein des turbines haute pression

Les distributeurs de turbine haute pression doivent être refroidis car ils sont soumis à de fortes températures émanant des gaz chauds qui s'échappent de la chambre de combustion. Ces gaz sont à une température d'environ 2000K alors que la température de fusion du métal constituant les aubages de roue d'entrée de la turbine haute pression est de 1300K. Connaître l'état de la couche limite est donc impératif pour bien prévoir les flux de chaleur sur les aubes qui

1.3. Phénomène de transition laminaire-turbulent turbomachine

présentent des zones laminaires importantes aussi bien du côté de l'extrados que de l'intrados car l'écoulement y est accéléré sur une longue partie. Bien que d'un point de vue industriel la persistance d'une couche limite laminaire sur les zones accélérées de l'aubage est une hypothèse écartée du fait que les dispositifs de refroidissement entraînent le déclenchement de la transition dès le bord d'attaque, des études ont été entreprises sur des aubages de turbine haute pression par différents auteurs dans le but de mieux comprendre le phénomène de transition en turbomachine et de constituer une base de données pour la validation des modèles de transition et des codes CFD. Arts [38] s'intéresse à l'écoulement sur une grille d'aubes représentative d'un distributeur de turbine haute pression : l'aube LS89. Plusieurs taux de turbulence extérieure et nombres de Mach de sortie sont considérés [38]. La distribution de pression sur l'aubage diffère en fonction du nombre de Mach de sortie laissant apparaître ou non un choc au bord de fuite impactant l'extrados. Pour l'aube LS89 Arts [38] relève qu'aux plus faibles taux de turbulence - 1.0% - il apparaît une couche limite laminaire sur l'intrados. Lorsque le taux de turbulence extérieure augmente les niveaux de flux de chaleur pariétal sur l'intrados et l'extrados augmentent également. Les travaux de Arts indiquent que les niveaux de flux de chaleur mesurés sur l'aube ainsi que la position de la transition sont très dépendantes du taux de turbulence mais également du nombre de Reynolds calculé en prenant la vitesse de sortie. Les résultats expérimentaux établis par Arts [38] ont servi et servent encore à la validation de nombreux codes et modèles. Nous avons utilisé ces résultats dans le cadre de cette étude. Aussi, une analyse plus détaillée de ces résultats expérimentaux est donnée dans le chapitre IV.

Dénos et al. [39] [40] étudient l'écoulement dans l'étage de turbine CT3 du VKI. Plusieurs taux de détente sont considérés. Les résultats expérimentaux indiquent la présence d'un choc de bord de fuite du stator. Ce choc en impactant l'extrados de l'aube voisine provoque l'entrée en transition. Sur le rotor, la transition apparaît très "tôt", c'est à dire très proche du bord d'attaque. L'étude de cette configuration a été entreprise dans ce travail de thèse. Ce cas est présenté plus en détails dans le chapitre 4.

Nasir et al. [41] ont également étudié l'écoulement autour d'une grille d'aube représentative d'un distributeur de turbine haute pression. Tout comme l'étude menée par Arts [38], plusieurs taux de turbulence amont sont étudiés ainsi que plusieurs nombres de Mach de sortie et donc plusieurs nombres de Reynolds basés sur la vitesse de sortie. Les auteurs tirent les mêmes conclusions qu'Arts [38] : l'augmentation du nombre de Reynolds caractéristique entraîne une augmentation des niveaux d'échange de chaleur sur l'aube ainsi qu'une transition plus précoce sur l'extrados. De même l'augmentation du taux de turbulence extérieure conduit à une augmentation des niveaux d'échange de chaleur sur l'aube.

1.3.3 La transition laminaire-turbulent au sein des compresseurs

La transition au sein des compresseurs a été moins abordée qu'au sein des turbines. Comme l'indique Schreiber et al [42] : les taux de turbulence sont estimés comme étant de l'ordre de 5-10%, les aubages sont dessinés de sorte que le pic de sur-vitesse soit proche du bord d'attaque, la diffusion dans la zone de décélération est contrôlée pour qu'un décollement n'apparaisse pas. Schreiber et al [42] illustrent leur conclusion sur la position de la transition sur des aubages de compresseur à l'aide de la figure 1.15 tirée de [42].

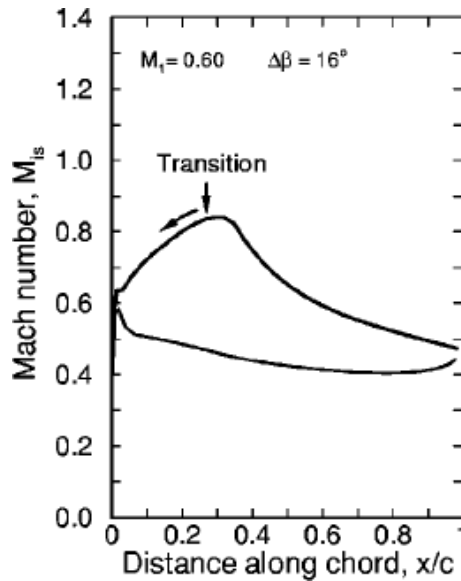


FIGURE 1.15 – Description de la position de la transition sur un aubage de compresseur - Schreiber et al. [42]

Selon Schreiber et al [42] la transition se produit dans la zone de décélération de l'écoulement qui débute à moins de 30% de distance relative du bord d'attaque et ceci sans décollement. Les zones laminaires sur l'aubage sont relativement minimales de sorte que l'approximation d'un écoulement pleinement turbulent dès le bord d'attaque offre en première approche une modélisation satisfaisante pour les concepteurs de turbomachine. Les différents travaux de recherche documentés, consacrés à la transition au sein de compresseurs, concernent des aubages expérimentaux pour lesquels des bulbes de décollement apparaissent.

Henderson et al [43] étudient de manière expérimentale et numérique la transition stationnaire et instationnaire au bord d'attaque d'un stator d'entrée de compresseur. Dans le cadre de la transition stationnaire les auteurs s'intéressent à trois charges différentes qualifiées de faible, moyenne et élevée. Leur étude démontre qu'en fonction de la charge plusieurs mécanismes de transition peuvent apparaître. De plus pour une charge élevée le bulbe de décollement présent au bord d'attaque et déclenchant la transition persiste même aux plus faibles taux de turbulence alors qu'il disparaît pour les charges faibles et moyennes. Les auteurs mettent également en évidence la présence d'ondes TS au bord d'attaque après le passage d'un sillage au niveau du point de transition mais également la présence de stries longitudinales caractéristiques des modes de Klebanoff. Il résulte de cette étude que la charge est le facteur prédominant quant à l'étude de la transition du fait que ce paramètre pilote l'apparition ou non d'un bulbe de décollement. En présence de sillages amont, la transition au bord d'attaque présente des caractéristiques complexes impliquant la présence d'ondes TS, de spots turbulents et stries longitudinales.

Marty [44] s'intéresse à l'étude de la prise en compte en simulation numérique RANS de la transition laminaire-turbulent dans le cadre d'un compresseur multi-étages pour tous les étages du compresseur à différents points de fonctionnement. Son étude vise à analyser les effets de la prise en compte de la transition sur la prévision des performances globales en s'intéressant au développement des décollements de coin. Les simulations numériques entreprises par Marty

1.3. Phénomène de transition laminaire-turbulent turbomachine

indiquent que, pour les points de fonctionnement proche du blocage où la charge augmente, un bulbe de décollement apparaît au bord d'attaque des aubes des premières rangées d'aubes. La transition qui se déclenche dans ce bulbe influence également le développement des décollements de coin à l'aval qui sont moins importants dans le cas de la simulation avec prise en compte de la transition, ceux-ci étant retardés et/ou réduits suivant l'aube. De plus, les zones laminaires et transitionnelles couvrent 15 à 30% de l'extrados. Ainsi, le rendement global est augmenté de 2 à 3% en tenant compte la transition (cf. figure 1.16). L'augmentation du vannage a pour principale conséquence de réduire la partie laminaire de la couche limite, la transition se déclenchant plus proche du bord d'attaque, et ainsi d'atténuer l'augmentation des performances par rapport au cas "tout turbulent". Cette étude indique que la prise en compte de la transition est un paramètre intéressant à considérer pour la prévision des performances de la machine sur toute la gamme de fonctionnement du compresseur principalement pour les premières rangées d'aubes.

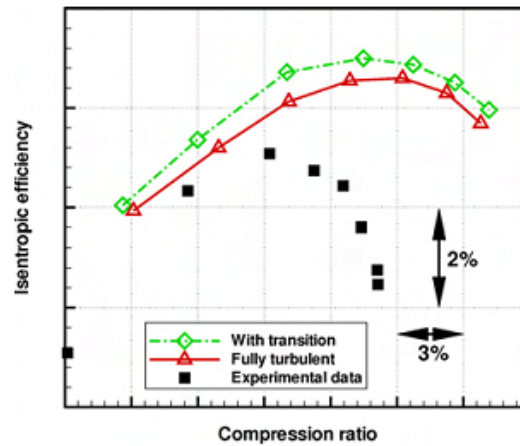


FIGURE 1.16 – Comparaison des prévisions de rendement d'un compresseur multi-étages axiale entre les approches tout turbulent et avec la prise en compte de la transition - Marty [44]

1.3.4 La transition instationnaire ou transition *multimode*

L'écoulement au sein d'une turbomachine est intrinsèquement instationnaire, les sillages des roues amont étant convectés et venant impacter les roues aval comme le montre la figure 1.17. La convection d'un sillage à travers le canal inter-aube a été analysée expérimentalement par Hodson et Stieger [45] et numériquement par de nombreux auteurs. La figure 1.18 représente l'évolution du sillage sur une période de passage d'après les travaux expérimentaux de Stieger et Hodson [45]. L'évolution complexe du sillage lors de son passage dans le canal inter-aube a été décrit en détails par Smith [46]. Les travaux de Smith [46] mettent en avant le fait que, lors de son passage dans le canal inter-aube, il apparaît au coeur du sillage une forte activité turbulente. Stieger et Hodson [45], qui identifie cette zone au niveau des lettres "F", "G" et "H" de la figure 1.18, indique que le taux de turbulence peut y atteindre des niveaux de l'ordre de 5 à 10%. Le caractère instationnaire de l'interaction sillage-couche limite entraîne l'apparition de plusieurs modes de transition (bypass, par décollement) sur une aube aux mêmes instants en différents points. De même en un point donné au cours du temps plusieurs modes de transition peuvent être rencontrés. On parle de transition multimode.

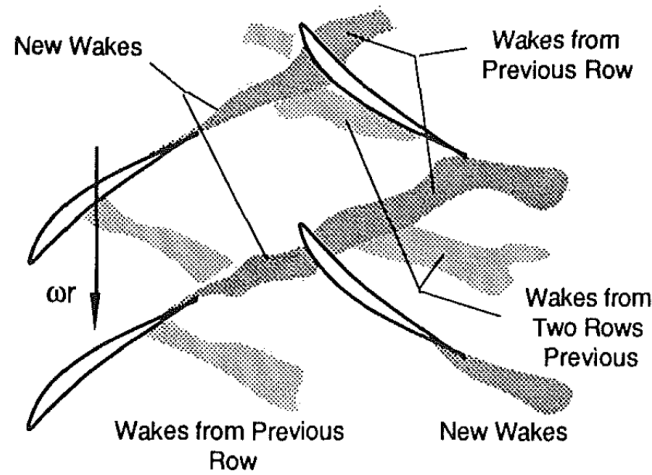


FIGURE 1.17 – Description de la propagation des sillages vers l'aval - Mayle 1991 [13]

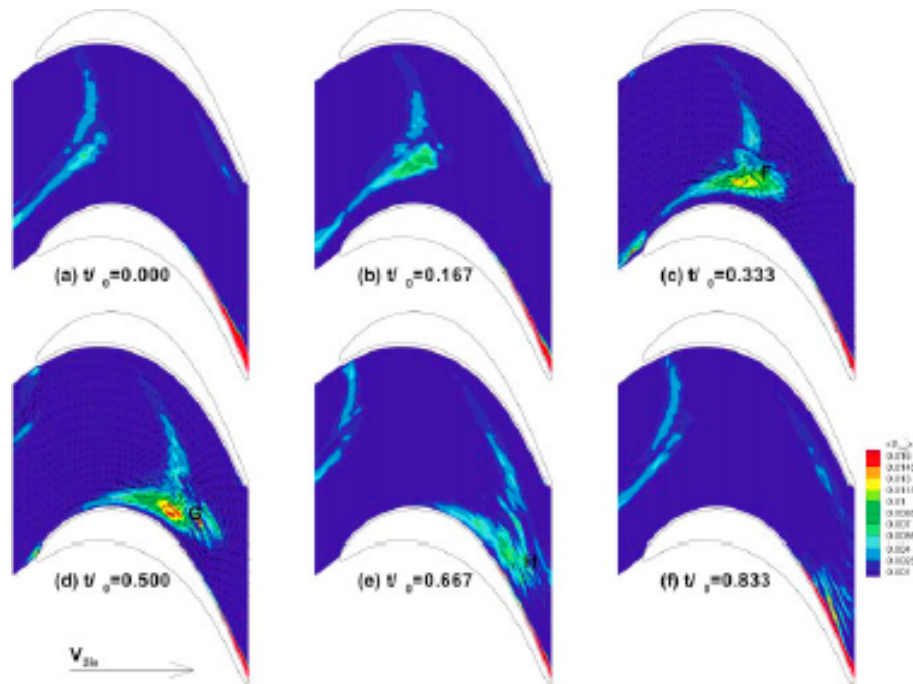


FIGURE 1.18 – Evolution de l'énergie cinétique au sein d'un sillage défilant lors de sa convection dans le canal inter aube - Stieger [45]

Mayle [13] dresse une description de la transition multimode pour une couche limite attachée (cf. figure 1.19) :

- la région D correspond à une région transitionnelle et la zone E à une région où la couche limite est turbulente. Ces deux zones représentent les zones où la transition a lieu dans le cas stationnaire. A l'amont, dans les zones A, B et C, dans le cas stationnaire, la couche limite est laminaire
- au niveau des zones A et C ici l'écoulement est laminaire tandis qu'il est turbulent en B du fait du passage du sillage.

1.3. Phénomène de transition laminaire-turbulent turbomachine

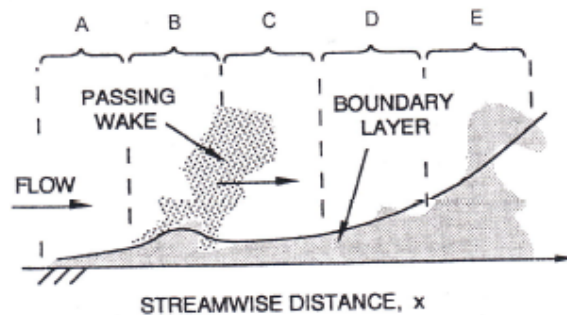


FIGURE 1.19 – Description de la transition multimode sur couche limite attachée - Mayle [13]

De même Mayle donne une description du même phénomène pour la transition par bulbe de décollement (cf. figure 1.20) :

- à l'instant t_1 un bulbe de décollement est présent
- à l'instant t_2 le sillage passant au niveau du bulbe vient "forcer" la transition. Le bulbe de décollement disparaît et la transition a lieu
- à l'instant t_3 l'effet du sillage sur le décollement et la transition commence à s'estomper alors que le décollement réapparaît.

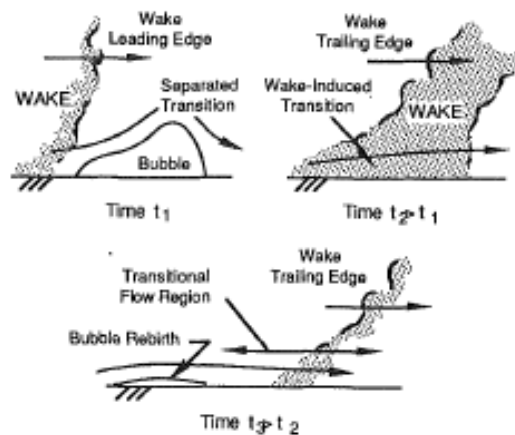


FIGURE 1.20 – Description de la transition multimode pour une couche limite avec un bulbe de décollement - Mayle [13]

L'interaction sillage-bulbe de décollement est un phénomène encore mal modélisé car mal compris [1]. En fonction des conditions d'écoulement dans le cas stationnaire, en fonction des caractéristiques du sillage, de sa vitesse de défilement et d'autres paramètres, les résultats instantanés en terme de pertes et de répartition de pression sur l'aubage sont différents. Il semble cependant que la fréquence réduite soit un paramètre clé pour l'analyse de la transition

instationnaire et de manière générale pour l'analyse de tout phénomène instationnaire en turbomachine [1]. Il existe plusieurs définitions de cette fréquence, mais classiquement la fréquence réduite est définie comme le ratio de deux échelles de temps caractéristiques : le ratio entre le temps caractéristique de convection d'une particule de fluide dans le canal inter-aube et le temps de défilement d'un sillage lié à la vitesse de rotation et au nombre d'aubes de la roue amont.

$$\text{fréquence réduite} = \frac{\text{temps caractéristique de la convection}}{\text{temps caractéristique des perturbations}} \quad (1.4)$$

Une fréquence réduite élevée signifie qu'à un instant donné le nombre de sillages différents présent dans le canal inter-aubes est important. A l'inverse plus la fréquence réduite est faible plus l'écoulement peut être considéré comme quasi-stationnaire. Howell [47] définit la fréquence réduite ainsi :

$$\bar{f} = \frac{fC}{V_{bf}} \quad (1.5)$$

avec f la fréquence de défilement des sillages, C la corde de l'aubage et V_{bf} la vitesse au bord de fuite. Sharma [48] remplace la vitesse au bord de fuite V_{bf} par la vitesse axiale amont. Hodson [49] redéfinit la fréquence réduite en prenant comme longueur caractéristique la zone transitionnelle. Il observe un optimum en terme de fréquence réduite correspondant au cas où les pertes moyennes sont les moins importantes. Hodson [1] indique que l'optimum dépend du processus de transition dans le cas stationnaire et des conditions d'écoulement. De manière générale, l'effet induit par les sillages amont sur la transition est reconnu pour avoir tendance à être bénéfique lorsque dans le cas stationnaire un bulbe de décollement apparaît sur l'aubage. La diminution et/ou disparition périodique du bulbe au passage du sillage contribue à abaisser les pertes moyennes même si ponctuellement le passage du sillage sur les zones non décollées crée des pertes supplémentaires par frottement turbulent. Dans le cas où la transition stationnaire se passe sans bulbe de décollement les sillages induisent des pertes moyennes supérieures car ponctuellement le passage du sillage contribue à augmenter le frottement turbulent.

Hodson [1] a réalisé plusieurs séries d'expériences instationnaires sur différents profils d'aubages de turbine basse pression pour lesquels un bulbe de décollement apparaît lorsque les sillages ne sont pas pris en compte. Des sillages amont impactant l'aubage sont obtenus en plaçant des barreaux défilants à l'amont des profils d'aubes. Hodson [1] montre que les sillages peuvent avoir un effet bénéfique ou négatif sur les performances globales d'un aubage en fonction de la vitesse de défilement des sillages et du nombre de Reynolds. Il observe un optimum pour chaque aubage qu'il faut définir en considérant toute la gamme de nombre de Reynolds. Hodson montre qu'en imposant une fréquence de sillage adéquate il est possible de contrôler et de diminuer la taille d'un bulbe de décollement voire même d'inhiber ce bulbe de décollement et ainsi d'améliorer fortement les performances par rapport aux conditions stationnaires.

Halstead et al. [50] étudient la transition instationnaire au sein d'un compresseur axial. Ils indiquent que la zone d'accalmie après le passage d'un sillage est relativement durable entraînant la disparition totale du bulbe de décollement. Hilgenfeld et Pfizner [51] en menant une étude similaire tirent les mêmes conclusions que Halstead et al. [50] : le bulbe de décollement disparaît en tenant compte des sillages amont. Les travaux de Iseler et al. [52] qui étudient également la

1.4. La modélisation de la transition

transition laminaire-turbulent pour des cas d'aubes de compresseur confortent les conclusions précédentes.

1.4 La modélisation de la transition

Les coûts de calcul d'une résolution de type DNS ou LES pour lesquels la turbulence (y compris la transition) est résolue et non modélisée sont encore prohibitifs. L'approche RANS où la turbulence est modélisée est encore l'approche la plus utilisée en pratique. De même, afin de prendre en compte le phénomène transitionnel en simulation numérique il est nécessaire de le modéliser. Un modèle de transition répond à deux problématiques : prévoir où se situe le point de transition et comment s'effectue à l'aval de ce point la production progressive de turbulence. Le modèle de transition doit également pouvoir décrire tous les différents mécanismes de transition (naturelle, by-pass, par bulbe de décollement, multimode).

1.4.1 La méthode e^n

La méthode dite e^n proposée par Smith et Gamberoni [53] a été une des premières employées afin de prévoir le point de transition. Cette méthode est basée sur la théorie de la stabilité linéaire appliquée aux équations de Prandtl décrivant la dynamique des fluides pour une couche limite laminaire incompressible bidimensionnelle. L'extension aux couches limites tridimensionnelles et/ou compressibles est donnée par Arnal [54]. L'application de la théorie de stabilité linéaire aux équations de Prandtl débouche sur une équation différentielle du 4^{ème} ordre à résoudre sur l'amplitude des perturbations : l'équation très connue d'*Orr-Sommerfeld*. Smith et Gamberoni [53] proposent de corréler le point de transition au taux d'amplification des ondes les plus instables. Le taux d'amplification d'une onde est définie ainsi :

$$\text{Taux d'amplification} = \frac{A}{A_0} = \exp \left[\int_{x_0}^x -\alpha_i dx \right] = \exp[N] \quad (1.6)$$

avec α_i le nombre d'onde longitudinal de la perturbation considérée, A_0 l'amplitude initiale de l'onde et x l'abscisse longitudinale. La figure 1.21 présente le taux d'amplification N local en fonction de l'abscisse en considérant l'évolution de trois ondes (f_1, f_2, f_3). N représente localement le maximum des facteurs d'amplification liés à chaque onde. Le point de transition est atteint lorsque le taux local N atteint une valeur critique N_T . A partir de données expérimentales, Smith et Gamberoni [53] proposent la valeur $N_T = 9$. Ingen [55] propose quant à lui une valeur $N_T = 7.6$.

Arnal et Casalis [56] indiquent que, pour de faibles perturbations, N_T est déterminé empiriquement entre 7 et 10. Le problème majeur de cette méthode est que N ne représente pas l'amplitude des perturbations dans la couche limite mais le facteur d'amplification à partir d'une amplitude initiale inconnue A_0 . L'amplitude initiale A_0 est imposée et doit traduire les perturbations initiales imposées par l'écoulement extérieur sur la couche limite et la réceptivité de cette dernière à ces perturbations initiales. C'est pour ces raisons que le facteur N au point de transition n'a pas de valeur universelle (Arnal [54]) et doit être déterminé à l'aide d'essais en soufflerie ou en vol. Mack [57] propose de relier la valeur critique N_T au taux de turbulence extérieure Tu pour les cas où $Tu < 2.98\%$ ce qui correspond à la limite avec la transition bypass (Arnal [54]) :

$$N_T = -2.4 \ln(Tu) - 8.43 \quad (1.7)$$

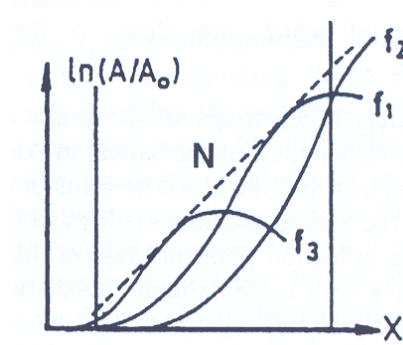


FIGURE 1.21 – Evolution du taux d'amplification local en fonction de l'abscisse - Arnal et Casalis [56]

Une première barrière à l'utilisation pratique de cette méthode, outre le fait qu'elle soit semi-empirique, est qu'elle n'est pas, par définition, adaptée à des fortes perturbations non linéaires représentatives par exemple de la transition bypass ou de la transition par rugosité. Vermeersch [58] développe une méthode semi-empirique de type méthode de stabilité linéaire applicable au cas de la transition de type "by-pass". Elle reste cependant à l'heure actuelle encore peu validée et a été appliquée uniquement à des écoulements académiques. Une autre limitation à l'utilisation de cette méthode est que le profil de vitesse doit être préalablement déterminé avant de procéder dans un second temps à l'analyse de stabilité linéaire et déterminer le point de transition. Ceci requiert en pratique le couplage d'un code RANS avec un code de couche limite dédié spécialement à la résolution fine des équations de la couche limite. Ces aspects pratiques causent des difficultés numériques liées au couplage du code RANS et du code de couche limite, couplage qui est difficile à mettre en oeuvre lorsqu'il y a un bulbe de décollement. L'utilisation de cette méthode est restée limitée à l'étude de la transition pour des profils bidimensionnels d'ailes d'avion où la transition est de type naturelle. Les différentes limitations mentionnées précédemment ont empêché le développement de cette méthode dans les codes RANS pour des applications tridimensionnelles complexes.

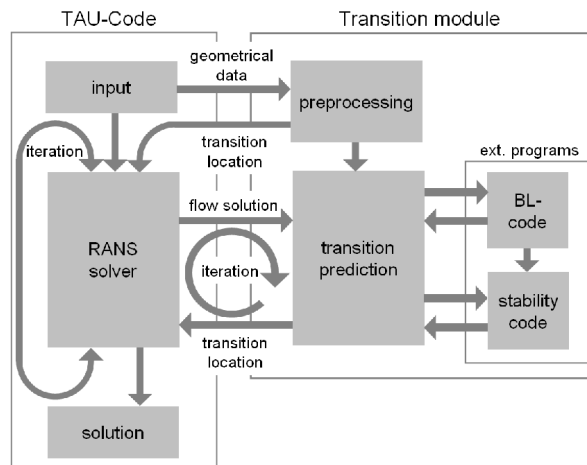


FIGURE 1.22 – Stratégie de prédiction de la transition dans le code Tau - Krimmelbein [59]

Récemment, Krimmelbein et Krumbein du DLR [59] ont proposé une méthodologie de couplage

1.4. La modélisation de la transition

entre un code RANS 3D (le code Tau du DLR en l'occurrence) et un code de couche limite pour lequel a été implantée une modélisation de la transition par le biais de la méthode e^n . La méthodologie de couplage proposée par Krimmelbein et Krumbein est schématisée sur la figure 1.22. Cependant le développement de cette méthodologie reste fastidieux, basée sur un fort empirisme et requiert un effort important de la part de l'utilisateur du code pour imposer les zones où déterminer la transition. Les applications traitées par le DLR restent limitées au cas où la transition est naturelle et sans bulbe de décollement, soit principalement en aérodynamique externe.

1.4.2 Utilisation de critères de transition empiriques

Afin de déterminer le point de transition les premiers auteurs ont proposés des critères de transition empiriques en compilant des données expérimentales. Un critère de transition est une corrélation permettant de déterminer localement une valeur critique $Re_{\theta t}$ du nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement Re_θ . En comparant localement à une abscisse donnée Re_θ à la valeur critique obtenue par le critère $Re_{\theta t}$, il est possible de déterminer s'il y a transition ou non. Ces critères sont obtenus en tenant compte des observations expérimentales indiquant que les paramètres principaux influençant la transition sont le gradient de pression adverse et le taux de turbulence extérieure (cf. page 14)

Nous présentons ici les principaux critères de transition rencontrés dans la littérature.

1.4.2.1 Critères d'entrée en transition

Déduit d'un nombre important de résultats expérimentaux obtenus pour un écoulement sur plaque plane avec et sans gradient de pression, Abu-Ghannam et Shaw [60] proposent le critère suivant en tenant compte du taux local de turbulence hors couche limite et du gradient de pression (cf. équation 1.8). Ce critère a été calibré pour des taux de turbulence pouvant aller jusqu'à 9%.

$$Re_{\theta t} = 163 + \exp \left[F_\lambda(\Lambda) - \frac{F_\lambda(\Lambda)T_u}{6,91} \right] \quad (1.8)$$

$$F_\lambda(\Lambda) = 6,91 + 12,75\Lambda + 63,64(\Lambda)^2 \quad \text{pour } \Lambda < 0 \quad (1.9)$$

$$F_\lambda(\Lambda) = 6,91 + 2,48\Lambda - 12,27(\Lambda)^2 \quad \text{pour } \Lambda > 0 \quad (1.10)$$

avec Λ le paramètre de gradient de pression de Polhausen (cf. page 14). Drela [61] apporte deux modifications au critère d'Abu-Ghannam et Shaw. Dans un premier temps, il remplace le paramètre de gradient de pression par son équivalent réécrit avec le facteur de forme H en utilisant la relation de Thwaites. Pour l'auteur, cela offre une meilleure représentation dans la couche limite des variations de vitesse que le gradient de pression. Dans un second temps, Drela [61] introduit une modification qui agit principalement à bas taux de turbulence en utilisant une formulation e^N et la formule de Mack (cf. équation 1.7). En pratique, pour des taux de turbulence supérieurs à 1% il n'y a pas de différences entre les résultats donnés par le critère de Drela et ceux donnés par le critère d'Abu-Ghannam et Shaw. Le critère de Drela s'écrit sous la forme :

$$Re_{\theta t} = 155 + 89 \left[1 + 0,25 \tanh \left(\frac{10}{H-1} - 5,5 \right) \right] N_{crit}^{1,25} \quad (1.11)$$

$$\Lambda = \frac{0,058 (H-4)^2}{H} - 0,068 \quad (1.12)$$

$$N_{crit}^{1,25} = -8,43 - 2,4 \ln \left[2,7 \tanh \left(\frac{T_u}{2,7} \right) \right] \quad (1.13)$$

Mayle [13] propose une corrélation basée uniquement sur le taux de turbulence extérieur Tu exprimé en pourcentage :

$$Re_{\theta t} = 400 Tu_{\%}^{-0.625} \quad (1.14)$$

Hourmouziadis [32] propose un critère semblable au critère de Mayle :

$$Re_{\theta t} = 400 Tu_{\%}^{-0.65} \quad (1.15)$$

Les critères de Mayle et d'Abu-Ghannam et Shaw sont très utilisés dans le cadre de simulations RANS en turbomachine car issus d'expériences réalisées à fort taux de turbulence, ce qui est représentatif de la turbulence rencontrée dans une turbomachine. Outre les critères présentés précédemment nous pouvons mentionner que l'ONERA a également développé un critère de transition dit critère *AHD* [62]. Arnal et Coustols [63] proposent également un critère de transition par cross-flow.

1.4.2.2 Modèles de bulbe de décollement

La transition par bulbe de décollement est un phénomène particulièrement difficile à décrire de manière analytique. Le bulbe de décollement peut être court ou long, le "bursting" est très difficile à prévoir le phénomène étant très dépendant des conditions d'écoulement. Roberts [64] propose un modèle pour le bulbe court laminaire. En se basant sur la description du bulbe faite par Horton [17], Roberts [64] propose une corrélation empirique pour modéliser la longueur de la partie dite laminaire du bulbe l_{lam} :

$$\frac{l_{lam}}{\theta_s} = \frac{2.5 \cdot 10^4 \log [\coth (10TF)]}{Re_{\theta s}} \quad (1.16)$$

avec θ_s l'épaisseur de quantité de mouvement au point de séparation et TF le facteur de turbulence introduit par Taylor [65] et définit ainsi :

$$TF = Tu \frac{c^{1/5}}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{ll} c & : \text{ la corde} \\ \lambda & : \text{ la macro échelle de Taylor} \end{array} \quad (1.17)$$

Roberts [64] suggère de prendre Tu si TF n'est pas connu. Davis et al [66] proposent à la suite de nouvelles données expérimentales une formule revisitée de celle proposée par Roberts [64] :

$$\frac{l_{lam}}{\theta_s} = \frac{2.5 \cdot 10^4 \log [\coth (17.32Tu_s)]}{Re_{\theta s}} \quad (1.18)$$

$$l_{lam} = \frac{2.5 \cdot 10^4 \cdot \nu \log [\coth (17.32Tu_s)]}{U_s} \quad (1.19)$$

1.4. La modélisation de la transition

avec Tu_s le taux de turbulence au point de séparation et U_s la vitesse au point de séparation. L'expression proposée par Davis et al [66] indique que la longueur laminaire du bulbe ne dépend que du taux de turbulence au point de séparation, de la vitesse au point de séparation et de la viscosité.

Pour la partie turbulente du bulbe Roberts [64] propose l'expression suivante :

$$\frac{l_{turb}}{\theta_s} \cong \frac{85.227 (1 - \bar{U}_r)}{\bar{U}_r^4 - 0.497} \quad \bar{U}_r = \frac{U_r}{U_s} \quad (1.20)$$

avec U_s la vitesse au point de séparation et U_r la vitesse au point de recollement.

Mayle [13] propose pour le bulbe court laminaire les relations suivantes pour déterminer la distance entre le point de séparation s et le point de transition t ainsi que la distance entre le point de séparation et le point de fin de transition T :

$$Re_{s-t} = Re_t - Re_s = 300 Re_{\theta_s}^{0.7} \quad (1.21)$$

$$Re_{s-T} = Re_T - Re_s = 700 Re_{\theta_s}^{0.7} \quad (1.22)$$

La longueur de la zone transitionnelle exprimée en nombre de Reynolds est tout simplement :

$$Re_{LT} = Re_T - Re_t = 400 Re_{\theta_s}^{0.7} \quad (1.23)$$

Mayle [13] propose également, avec le même formalisme que la description du bulbe court, une description du bulbe long. Il est intéressant de noter que dans la description du bulbe court et long de Mayle la longueur relative de la zone transitionnelle Re_{LT} est la même. Mayle [13] conclut qu'entre les deux types de bulbe ce n'est pas le déclenchement de la transition qui diffère mais la longueur de la zone laminaire du bulbe en amont de la transition. Rappelons que la description du bulbe court selon Mayle [13] est différente de celle d'Horton (cf. page 11).

$$Re_{s-t} = Re_t - Re_s = 1000 Re_{\theta_s}^{0.7} \quad (1.24)$$

$$Re_{s-T} = Re_T - Re_s = 1400 Re_{\theta_s}^{0.7} \quad (1.25)$$

Hatman et Wang [19], dont la description du bulbe de décollement est proche de celle d'Horton [17] et de Roberts [64] à savoir un point de transition au point d'épaisseur maximale du bulbe, proposent les corrélations suivantes pour décrire en fonction du nombre de Reynolds au point de séparation le point de hauteur maximale du bulbe x_{md} , le point de recollement x_r et le point de fin de transition x_t . Les auteurs proposent également une relation simple afin de déterminer le point de séparation en fonction du paramètre local d'accélération K ce paramètre étant moins sensible et plus simple à déterminer que le paramètre de gradient de pression Λ .

$$Re_{xs} = 5750 - \frac{215000}{(K_s \cdot 10^6)} - \frac{455000}{(K_s \cdot 10^6)^2} - \frac{5750}{(K_s \cdot 10^6)^3} - \frac{250}{(K_s \cdot 10^6)^4} \quad (1.26)$$

$$Re_{xmd} = 1.0816 Re_{xs} + 26805 \quad (1.27)$$

$$Re_{xr} = 1.0608 Re_{xs} + 34890 \quad (1.28)$$

$$Re_{xt} = 1.196 Re_{xt} - 393 \quad (1.29)$$

Ces corrélations s'appliquent également selon les auteurs dans le cas du bulbe long pour déterminer le point de début de transition et de fin de transition du bulbe long. Hatman et Wang [19] ne fournissent pas de corrélation permettant de déterminer le point de recollement du bulbe long. Hatman et Wang [19] qui déclinent également un troisième type de bulbe, le bulbe court transitionnel (cf. page 12) proposent d'utiliser un critère de transition pour la couche limite attachée afin de connaître l'état de la couche limite au point de décollement.

Outre les modèles de bulbe présentés précédemment nous pouvons également citer le modèle de Yaras [67] ainsi que le modèle de Rodi et Shönung [68]

1.4.2.3 L'intermittence

Emmons en 1951 [69] décrit la zone transitionnelle comme une zone où apparaissent des spots turbulents entourés de zones laminaires. Emmons [69] modélise ceci en introduisant le principe d'intermittence. L'intermittence γ est définie comme la probabilité pour un point de se trouver dans une zone turbulente, c'est à dire au sens d'Emmons, la probabilité de trouver un spot turbulent. L'intermittence peut aussi être définie comme étant la fraction de temps où l'écoulement est turbulent en un point. Ainsi l'intermittence est égale à 0 pour un écoulement laminaire, 1 pour un écoulement pleinement turbulent et varie de 0 à 1 dans la zone transitionnelle. Depuis l'introduction du principe d'intermittence par Emmons [69] deux modèles pour cette quantité ont été dérivés : des modèles de fonctions d'intermittence à partir de données expérimentales ou de raisonnements théoriques et des modèles où l'intermittence est une quantité scalaire qui suit une évolution suivant une équation de transport. Cette deuxième classe de méthodes est décrite par la suite.

Les fonctions d'intermittence

Comme l'indique le principe d'Emmons [69], l'intermittence γ varie dans la zone de transition entre 0 et 1 pour modéliser le passage progressif du fluide de l'état laminaire à l'état turbulent. Dhawan et Narasimha [2] les premiers dérivent une fonction d'intermittence pour décrire la zone transitionnelle à partir de données expérimentales :

$$\gamma = 1 - \exp \left[-0.412\zeta^2 \right] \quad \zeta = \frac{(x - x_t)}{\lambda} \quad (1.30)$$

avec x_t le point de transition et $\lambda = (x_{\gamma=0.75} - x_{\gamma=0.25})$. La fonction proposée par Dhawan et Narasimha [2] présente l'inconvénient d'inclure $x_{\gamma=0.75}$ et $x_{\gamma=0.25}$. De plus elle a été obtenue en considérant uniquement des écoulements sans gradient de pression. Volino et Hultgren transforme cette relation en faisant intervenir l'abscisse relative dans la zone transitionnelle η :

$$\gamma = 1 - \exp \left[-4.6\zeta^2 \right] \quad \zeta = \frac{(x - x_s)}{(x_e - x_s)} \quad (1.31)$$

avec x_s le point de début de transition et x_e le point de fin de transition. Bien que la fonction d'intermittence initiale de Dhawan et Narasimha [2] ne tient pas compte des effets de gradient de pression, Volino et Hultgren [35] obtiennent une bonne correspondance entre la fonction de Dhawan et Narasimha [2] réécrite et leurs cas expérimentaux, même en présence de bulbe de décollement. Abu-Ghannaam et Shaw [60] proposent également, à partir de leurs résultats expérimentaux, une fonction d'intermittence. Afin de mieux tenir compte de l'histoire de la

1.4. La modélisation de la transition

couche limite η est redéfini en considérant le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement.

$$\gamma = 1 - \exp(-5\eta^3) \quad \text{avec} \quad \eta = \left(\frac{Re_\theta - Re_{\theta_s}}{Re_{\theta_e} - Re_{\theta_s}} \right) \quad (1.32)$$

Des extensions de la fonction initiale proposée par Dhawan et Narasimha [2] ont été proposées par Abu-Ghannam et Shaw [60] ainsi que par Mayle [13] afin de tenir compte des effets de gradient de pression et de turbulence extérieure. D'autres fonctions empiriques ont également été proposées par Michelassi [70], Soudranayagam et Potti [71], Solomon [72], Ramesh et Hodson [73].

1.4.2.4 Modélisation de la fonction d'intermittence dans un code RANS

Les critères de transition, modèles de bulbe et de fonctions d'intermittence présentés précédemment sont empiriques. Jusqu'à aujourd'hui la plupart des codes de calcul RANS prennent en compte les effets de transition par le biais de ces critères et de ces modèles (Cliquet et Houdeville [74]). La modélisation de la zone transitionnelle répond au principe de superposition émis par Emmons [69] qui pour une grandeur de l'écoulement moyennée sur le temps f pose :

$$f = (1 - \gamma)f_{lam} + \gamma f_{turb} \quad (1.33)$$

Dans la zone transitionnelle il s'agit de représenter l'écoulement comme une combinaison linéaire d'un état laminaire et d'un état turbulent. En pratique on applique cette modélisation sur la viscosité turbulente pour écrire :

$$\mu_{eff} = \mu + \gamma\mu_{turb} \quad \text{avec} \quad \mu_{eff} = \text{la viscosité effective} \quad (1.34)$$

Cette modélisation reste la manière la plus courante de prendre en compte les effets de transition dans un code RANS. Marty et al [75] utilisent ces critères dans le cadre de calcul sur un compresseur multi-étages. Cliquet et al [74] ont implanté ces différents modèles dans le code *elsA* développé à l'ONERA et ont mis en oeuvre ces modèles sur des cas complexes tri-dimensionnels. Nuernberger et Greza [76] ont également mis en oeuvre ces modèles dans le cadre de simulations RANS à l'aide du code TRACE.

1.4.3 Difficultés de mise en oeuvre des critères de transition dans un code RANS

L'utilisation de ces critères et modèles de transition dans un code reste problématique et difficile d'un point de vue numérique. La difficulté d'utilisation de ces modèles réside dans un caractère **non-local** d'un point de vue numérique. L'application des critères de transition et donc de la production de viscosité turbulente (cf. équation 1.34) se fait au niveau des cellules de calcul décrivant la couche limite. Afin de connaître pour les cellules de la couche limite si l'intermittence n'est plus nulle il faut déterminer une information principale : est-ce que le critère de transition est satisfait ou pas. Pour répondre à cette interrogation il est nécessaire de calculer dans un premier temps l'épaisseur de couche limite en intégrant les profils de vitesse jusqu'à la frontière de la couche limite puis de déterminer la valeur critique du critère de transition en allant "chercher" à la frontière de la couche limite le taux de turbulence et le gradient de pression. Dans un second temps il s'agit de transmettre l'information aux cellules de

calcul de la couche limite. Il faut, en résumé, aller "chercher" de l'information dans les cellules de calcul hors couche limite et l'apporter dans ces dernières. D'un point de vue numérique cela nécessite de disposer d'algorithmes et de méthodes d'intégration des profils de vitesse dans la direction normale à la paroi, ce qui n'est pas aisé. Il faut, souvent en se basant sur les lignes de maillage, définir des directions de calcul de l'épaisseur de couche limite dans la direction normale à la paroi. De plus, si l'épaisseur de couche limite est définie dans le cas d'écoulements bi-dimensionnels sans décollements, dans le cas d'écoulements fortement tridimensionnels, en présence de coins ou en présence de décollements il est très difficile de déterminer et même de définir l'épaisseur de couche limite, ce qui est pénalisant quant à l'utilisation pratique de ces critères.

Afin de prendre en compte les effets de mémoire il est nécessaire de disposer dans le code de lignes numériques de calcul de la transition le long de l'écoulement. Usuellement, les lignes de maillages sont utilisées. Ainsi, suivant la topologie il faut plus ou moins deviner le sens de l'écoulement.

Ces difficultés numériques rendent le développement de cette méthode extrêmement difficile dès lors que l'on s'intéresse à des cas réels tridimensionnels et que l'on ne connaît pas à priori le sens de l'écoulement et la topologie du maillage. Ces difficultés sont encore plus pénalisantes pour les codes modernes où le maillage peut être non structuré et le code destiné à être utilisé sur des plateformes parallèles. Enfin, bien souvent, la mise en oeuvre de la simulation elle-même est fastidieuse puisque l'ingénieur ou le chercheur doit spécifier les zones où prendre en compte la transition et les zones où cela est problématique comme dans un coin par exemple et imposer un écoulement turbulent dans ces zones. Toutes ces difficultés de codage et de mise en oeuvre ont freiné l'essor d'une utilisation massive de ces modèles de transition dans le cadre de simulations RANS tridimensionnelles en milieu industriel. Récemment Kozulovic et Leigh [77] ont proposé une approche afin d'inclure dans un code non structuré parallélisé des critères de transition non locaux en se basant sur les lignes de maillages.

1.4.4 Modèles de transition basés sur une équation de transport pour l'intermittence

Addison et Hodson [78] puis Schulte et Hodson [79] proposent de décrire l'évolution de l'intermittence autrement que par une fonction d'intermittence imposée dans la zone transitionnelle. Les auteurs proposent de résoudre des équations de transport pour décrire l'évolution de l'intermittence, la résolution de ces équations se faisant dans un solveur dédié à cela. Le champ d'intermittence obtenu est alors imposé au champ moyen tout turbulent en multipliant la viscosité de turbulence par l'intermittence. Cette méthode a été baptisée PUIM pour *Prescribed Unsteady Intermittency Method*. Cette méthode a été peu développée et utilisée. L'utilisation de l'intermittence autrement que par une fonction d'intermittence pour modéliser la transition a également été entreprise par Byggstøyl et Kollmann [80] ainsi que Cho et Chung [81] dans une formulation plus générale où l'intermittence est définie à travers une équation de transport tout à fait générale faisant intervenir des termes de convection, de diffusion et des termes source. Savill et al. [82] résolvent une équation de transport pour l'intermittence et couple l'intermittence à un modèle de turbulence du premier et du second ordre dans un code RANS. L'équation de transport pour l'intermittence nécessite d'imposer le lieu où débute la transition de manière brutale ou à travers un critère et ne modélise pas la production progressive de spots turbulents. Savil et al. [82] appliquent leur

1.4. La modélisation de la transition

modèle et obtiennent des résultats pour des cas de transition où la couche limite est attachée et également des cas présentant un bulbe de décollement. Une démarche analogue a été entreprise par Steelant et Dick [83] qui proposent en 2001 une équation de transport pour l'intermittence γ (cf. équation 1.35). Le modèle proposé par Steelant et Dick [83] fait usage d'un critère de transition empirique et d'un modèle empirique de production de spots turbulents. Steelant et Dick [83] utilisent le critère de Mayle pour prévoir le point de transition (cf. page 28).

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = F_S P_{\gamma,SD} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (1.35)$$

$$P_{\gamma,SD} = 2f_\gamma (1 - \gamma) \sqrt{-\ln(1 - \gamma)} \beta \rho U \quad (1.36)$$

$$f_\gamma = 1 - \exp[-1.735 \tan(5.45\gamma - 0.95375) - 2.2] \quad (1.37)$$

Steelant et Dick [83] valident leur modèle de transition par équations de transport en réalisant des simulations correspondant aux différents cas expérimentaux de plaques planes T3 (T3A, T3B, T3C) [84] et au cas expérimental du distributeur de turbine haute pression LS89 du VKI [38] en couplant le modèle de transition au modèle de turbulence $k - \omega$ SST de Menter [85]. Les résultats obtenus par les auteurs sont assez encourageants sauf pour le cas T3C2 où la transition est trop précoce (cf. figure 1.23). Suzen, Huang et al [86] [87] [88] ainsi que Pecnik et al [89] adoptent la même démarche que Steelant et Dick et utilisent le même modèle dans un code RANS. Suzen et Huang [90] appliquent le modèle de transition à la prévision de la transition instationnaire sur le cas T106A expérimentalement étudié par Stieger et Hodson [91] tandis que Pecknick [89] applique ce modèle au cas T106D étudié expérimentalement par Fottner et al [92]. Bien qu'encourageants les résultats restent mitigés : la taille du bulbe étant sous estimée par Pecknick et sur estimée par Suzen et Huang [90].

En 2006 Lodefier et Dick [93] proposent une suite à leurs travaux précédents en introduisant une deuxième équation de transport : une équation pour décrire l'intermittence dans l'écoulement externe ζ . Souhaitant traiter le cas de la transition instationnaire en tenant compte des effets de sillages, les auteurs séparent le problème en deux phénomènes instationnaires distincts dont les échelles de temps sont différentes. Le premier phénomène considéré est l'interaction entre les structures tourbillonnaires de grosses tailles de l'écoulement externe qui impactent la couche limite laminaire et interagissent avec cette dernière. La propagation de perturbations dans la couche limite laminaire induite par cette interaction est pour les auteurs principalement un phénomène de diffusion et donc lent. Le second phénomène considéré est le passage de la couche limite laminaire à la couche limite turbulente par création de spots turbulents ou d'instabilités de Kelvin-Helmoltz dans la zone décollée. Ce second phénomène a pour les auteurs une dynamique bien plus rapide que la dynamique des fluctuations dans la couche limite laminaire. Ces deux phénomènes distincts sont modélisés par les auteurs par l'introduction de deux équations de transport : l'interaction des grosses structures tourbillonnaires avec la couche limite laminaire par une équation de transport pour un scalaire ζ et le comportement dans la couche limite transitionnelle par une équation de transport pour γ . Le scalaire ζ est égal à 1.0 hors de la couche limite et tend vers de petites valeurs dans la couche limite tandis que γ est nul hors de la couche limite et dans la couche limite laminaire. L'intermittence totale τ est égale à la somme des deux scalaires ζ et γ . L'intermittence totale ζ vient pour ce modèle pondérer la viscosité

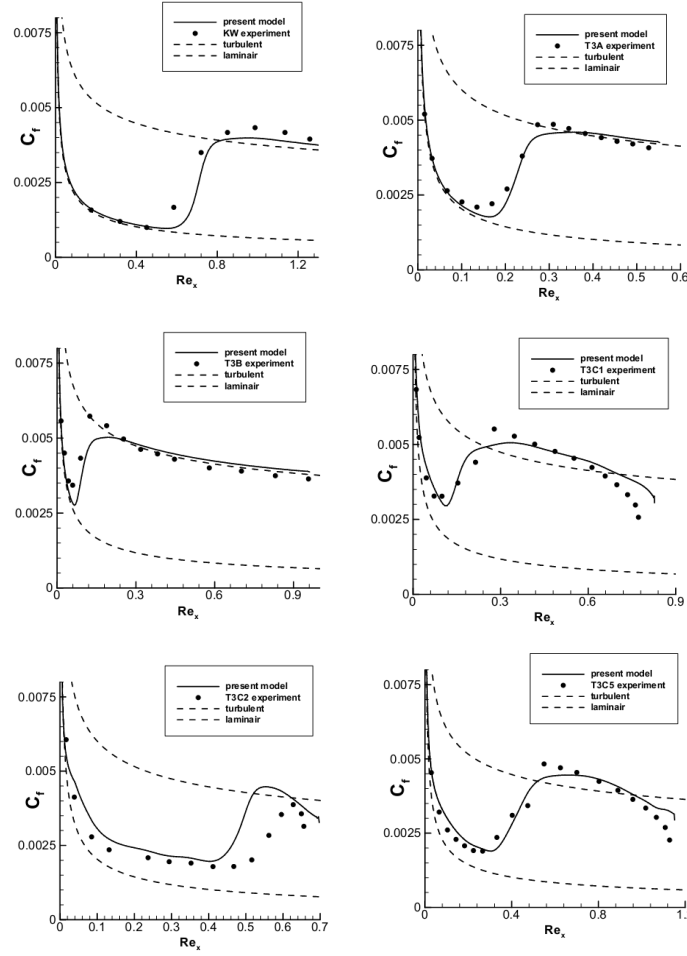


FIGURE 1.23 – Comparaison entre données expérimentales sur plaque planes et résultats numériques - Steelant et Dick [83]

turbulente donnée par le modèle de turbulence et utilisée pour la résolution des équations du champ moyen. Les deux équations du modèle sont données par les équations 1.38 et 1.40.

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\gamma \nu_t) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (1.38)$$

$$P_\gamma = 2\beta_\gamma (1 - \gamma) \sqrt{-\ln(1 - \gamma)} \rho U_\gamma F_s \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial \rho \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \zeta}{\partial x_j} = -E_\zeta + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\zeta \nu_\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} \right] \quad (1.40)$$

$$E_\zeta = C_2 \mu_\zeta \frac{U}{U_{\inf}^2} \frac{\partial U}{\partial n} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \quad (1.41)$$

$$\mu_\zeta = \mu C_1 Tu^{-0.69} [-\ln(1 - \zeta)]^{-0.25(1 - \zeta)} \quad (1.42)$$

Le point de début de transition est déterminé à l'aide d'un critère de transition. Steelant et Dick [83] utilisent conjointement les critères de Mayle et Abu Ghannam et Shaw. Lodefier

1.4. La modélisation de la transition

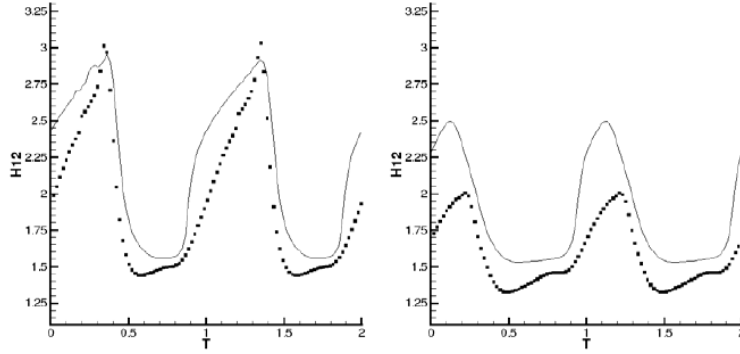


FIGURE 1.24 – Comparaison entre données expérimentales et résultats numériques à l’abscisse relative $s=0.85$; gauche $Tu=0.4\%$; droite $Tu=3\%$; Lodefier et al. [96]

et Dick [93] introduisent une interaction plus forte entre le modèle de turbulence et le modèle de transition que la simple multiplication de la viscosité turbulente par l’intermittence. Les auteurs pondèrent les termes de production et de destruction P_k et D_k de l’équation de l’énergie cinétique de turbulence par le facteur d’intermittence totale τ . L’objectif est de produire une turbulence résiduelle dans la couche limite laminaire nécessaire à la production de turbulence une fois l’entrée en transition prévue.

$$P_k = [\tau\mu_t + F_s(1 - \tau)0.08\mu] S^2 \quad (1.43)$$

Lodefier et Dick [93] obtiennent des résultats similaires à ceux obtenus avec le modèle à une équation de transport sur les cas de plaques planes stationnaires T3. Les auteurs réalisent également des simulations instationnaires en tenant compte des sillages amont sur un cas représentatif d’un distributeur de turbine haute pression : le profil N3-60 étudié expérimentalement par Zarzycki et Elsner [94]. Les résultats (cf. figure 1.24) obtenus présentent une assez bonne concordance avec les données expérimentales montrant une position de la transition variant de manière périodique. La transition apparaît toujours au sein d’une couche limite attachée. Les écarts observés concernent la relaminarisation de l’écoulement après le passage des sillages et au bord de fuite qui n’est pas capturée mais les auteurs expliquent cela par le fait qu’aucune modélisation ni critère de relaminarisation n’est présent dans leur modèle. De plus la position de la transition est prévue légèrement trop tardivement mais ceci peut être expliqué par un taux de turbulence hors couche limite trop faible comparé à celui réellement rencontré dans l’expérience, les modèles de turbulence à deux équations de transport ayant tendance à prévoir une chute de la turbulence exagérée en dehors de la couche limite. Ces travaux ont été repris et affinés récemment par Dick et Kubacki [95]).

Les deux modèles à équations de transport présentés dans cette partie font appel à des fonctions empiriques pour définir le point de transition et l’évolution de l’intermittence dans la zone transitionnelle. La qualité de la modélisation réside donc en grande partie dans ces fonctions empiriques qui montrent des limites à reproduire correctement le phénomène de transition de cas très différents. L’amélioration de ces modèles passe donc par une représentation encore plus juste de la physique du phénomène de transition par ces fonctions empiriques. Enfin, comme dans le cas de l’application de critères de transition et de fonctions d’intermittence, l’utilisation de données non-locales par les modèles à équations de transport de Dick et al. rend leur mise

en oeuvre particulièrement difficile dès lors que l'on s'intéresse à des géométries et/ou des écoulements tridimensionnels.

1.4.5 Prédiction de la transition par modélisation des fluctuations laminares ou méthode *LKE*

Une approche très intéressante relativement récente nommée *LKE* pour *Laminar Kinetic Energy* a été développée pour modéliser la transition de type *bypass*. Cette approche est basée sur la description des fluctuations non turbulentes présentes dans la couche limite laminaire pré-transitionnelle. Ces fluctuations sont qualifiées de laminares puisque non chaotiques. Le concept de fluctuations non turbulentes dans la couche limite laminaire pré-transitionnelle et sa modélisation a été proposé par Mayle et Schulz [97] qui attribuent la cause de ces fluctuations de vitesse longitudinale dans la couche limite laminaire aux efforts de pression exercés par l'écoulement externe sur la couche limite. Bien que la dynamique des fluctuations pré-transitionnelles soit encore mal comprise, les récentes études sur la transition *bypass* indiquent que la couche limite sélectionne certaines échelles de turbulence liées aux grosses structures tourbillonnaires présentes hors de la couche limite. Les fluctuations de vitesse normale v' présentes au sein de ces grosses structures tourbillonnaires en interagissant avec la couche limite induisent des fluctuations de vitesse longitudinale u' dans la couche limite. La couche limite amplifie ces fluctuations basse fréquence jusqu'au déclenchement de la transition. Ainsi, le concept de fluctuations non turbulentes dans la couche limite laminaire pré-transitionnelle amène à considérer une séparation des échelles des structures tourbillonnaires énergétiques dans la couche limite : les grosses échelles de turbulence dotées d'une dynamique à basse fréquence sont responsables des fluctuations de vitesse longitudinale par sélection et amplification des fluctuations externes de vitesse normale tandis que les petites échelles de turbulence dont la dynamique est à plus haute fréquence sont responsables de la production de turbulence. Mayle et Schulz [97] définissent une échelle particulière qui selon eux marque la séparation des deux échelles décrites précédemment et appelée échelle effective de turbulence λ_{eff} . La figure 1.25 illustre cette modélisation : les échelles de longueur λ_T supérieures à λ_{eff} sont caractéristiques des fluctuations non turbulentes et les échelles plus faibles des fluctuations turbulentes. Il y a une coupure du spectre de turbulence de l'écoulement dans la couche limite.

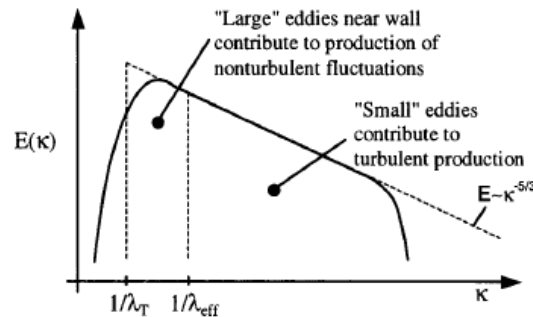


FIGURE 1.25 – Illustration du phénomène de séparation des échelles; Walter et Leylek [98]

Mayle et Schulz [97] proposent un modèle à une équation de transport utilisant uniquement des données locales pour modéliser ces fluctuations k_l :

1.4. La modélisation de la transition

$$u \frac{\partial k_l}{\partial x} + v \frac{\partial k_l}{\partial y} = C_\omega \frac{U_{\text{inf}}^2}{\nu} \sqrt{k_l k_{\text{inf}}} \exp(-y^+/C^+) + \nu \frac{\partial^2 k_l}{\partial y^2} - 2\nu k_l/y \quad (1.44)$$

Walters et Leylek [98] puis Lardeau et al. [99] montrent à travers des simulations de types LES que la production de fluctuations dans la couche limite laminaire est assez similaire à la production de turbulence et donc reliable au tenseur du taux de déformation. Cela implique que la modélisation de ces fluctuations peut être décrite sous forme d'une équation de transport semblable à l'équation de transport pour l'énergie cinétique de turbulence k . Walters et Leylek [98] proposent un modèle à trois équations : une pour les fluctuations laminaires k_l , une pour les fluctuations turbulentes k_t et une pour le taux spécifique de dissipation de turbulence ω . Lardeau et al. [100] utilisent le même formalisme pour proposer un modèle de transition.

Le système d'équations proposé par Lardeau et al s'écrit :

$$\frac{Dk_t}{Dt} = P_{kt} + R - \omega k_t - D_t + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_t}{\sigma_k} \right) + \frac{\partial k_t}{\partial x_j} \right] \quad (1.45)$$

$$\frac{Dk_l}{Dt} = P_{kl} - R - D_l + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu + \frac{\partial k_l}{\partial x_j} \right) \quad (1.46)$$

Le terme de production P_{kt} est lié aux petites structures de turbulence et le terme P_{kl} aux grosses structures tourbillonnaires responsables des fluctuations laminaires. Les termes D_t et D_l sont des termes de dissipation anisotropique actifs dans les zones proche paroi. Pour les deux équations un terme R apparaît mais de signe opposé. Ce terme modélise le transfert d'énergie de fluctuations laminaires k_l aux fluctuations de la turbulence k_t . Ce terme devient "important" et initie la transition lorsque l'énergie des fluctuations laminaires atteint un certain seuil en fonction de la distance à la paroi. Lardeau et al. [100] mettent l'accent sur la capacité du modèle à prévoir la transition par bulbe de décollement et non pas la transition *bypass* uniquement. Des résultats remarquables ont été obtenus par les auteurs pour des configurations à différents taux de turbulence et à différentes charges (cf. figure 1.26). Les pertes sont très bien prévues pour la gamme de nombre de Reynolds considérée ainsi que la position de transition et le point recollement du bulbe de décollement.

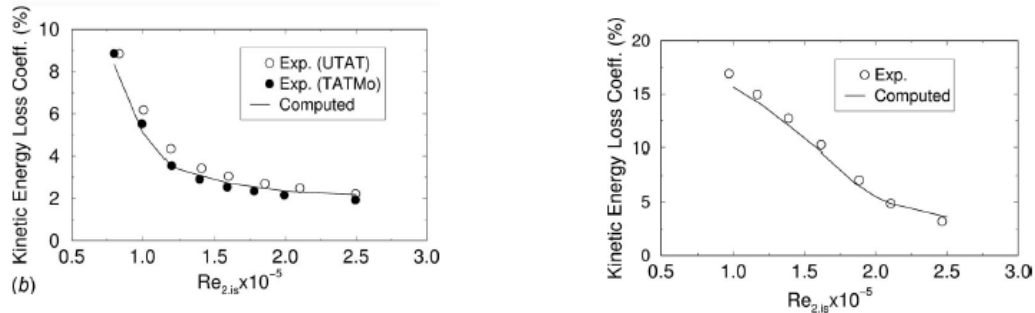


FIGURE 1.26 – Evolution des pertes en fonction du nombres de Reynolds - T2 (droite) - T106C (gauche) - Lardeau et al. [100]

Malheureusement le modèle de Lardeau et al. [100] fait appel à des données non locales à la couche limite par le biais d'une échelle d'épaisseur de vorticité. De plus les simulations publiées

faisant appel à ce modèle restent limitées à une approche bidimensionnelle. Il est certain que l'approche par modélisation des fluctuations turbulentes offre une perspective très intéressante de modélisation de la transition et sera à l'avenir certainement employée. Il reste toutefois à proposer un modèle tel que le modèle de Lardeau et Pacciani mais en ne faisant pas appel à des données non-locales pour une utilisation simple sur des cas tridimensionnels.

1.4.6 Une nouvelle approche n'utilisant que des données locales : le modèle de transition de Menter

Les modèles présentés précédemment (utilisation de critères de transition directement, équations de transport pour l'intermittence, modélisation par équation de transport des fluctuations laminares) souffrent tous d'un défaut majeur : ils se basent sur l'emploi de données hors couche limite et donc non locales à la cellule de calcul. La mise en oeuvre de ces modèles en milieu industriel est donc particulièrement délicate. Afin de pallier ces difficultés, Menter [101] a proposé un modèle basé uniquement sur des données locales : le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$. Ce modèle a été développé par Menter et Langtry qui y consacra ces travaux de thèse et publia un nombre non négligeable d'études de validation du modèle s'appuyant sur des simulations tridimensionnelles [102].

Le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ se présente sous la forme de deux équations de transport : une pour l'intermittence et une pour une pseudo épaisseur intégrale de couche limite $\overline{Re_\theta}$. Ce modèle de transition peut être présenté comme étant un cadre général pour prendre en compte de manière automatique la transition laminaire-turbulent à travers un critère de transition classique mais dépendant uniquement de données locales à la cellule de calcul. A la base de ce modèle le point de transition est toujours déterminé à l'aide d'un critère comme pour l'approche par critère classique mais Menter arrive à s'affranchir des difficultés numériques liées à l'emploi de ces critères dans un code RANS. De plus le formalisme des équations de transport permet de tenir compte des effets de mémoire pour la transition et des mécanismes de convection-diffusion. Outre le fait de proposer un modèle applicable dans le cadre de simulations tridimensionnelles, le modèle est aussi "construit" pour permettre une calibration du modèle de transition en s'appuyant sur un modèle de turbulence (le modèle $k - \omega$ SST [85]) dans le but de ne pas développer un modèle de transition sans tenir compte de la production de turbulence dans la zone transitionnelle qui est en fait "pilotée" par le modèle de turbulence.

Ce modèle a connu un rapide succès auprès de la communauté scientifique si bien qu'il a été repris par un nombre conséquent d'équipes de recherche. Initialement la non-publication par Menter et Langtry [101] de deux corrélations empiriques pour des raisons de propriété intellectuelle a poussé plusieurs équipes de recherche à re-calibrer ces fonctions et à publier ces corrélations. Fin 2009 Menter et Langtry proposent leurs corrélations [103]. Ce travail de thèse a consisté à reprendre le travail de Langtry et à évaluer le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$. L'extension du modèle pour la prise en compte de plusieurs vitesses de paroi dans un domaine de calcul a été menée. Le chapitre suivant est consacré à la description détaillée de ce modèle, élément central de ce travail de thèse.

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$

Ce chapitre a pour objectif de présenter en détail le modèle de transition de Menter ou modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$. Dans un premier temps, les deux équations de transport du modèle sont explicitées. Ceci permet de comprendre les modélisations sous-jacentes au modèle de transition et de cerner de quelle manière ce modèle ne fait appel qu'à des données locales à la cellule de calcul. Dans un second temps sont brièvement présentées les corrélations de fermeture du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ obtenues à l'ONERA ainsi que d'autres corrélations publiées. Enfin dans un troisième temps, il est présenté une courte synthèse bibliographique de récents travaux scientifiques publiés faisant usage du présent modèle de transition.

2.1 Equation pour l'intermittence γ

L'équation de transport pour l'intermittence γ s'écrit sous la forme générique :

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2.1)$$

avec σ_f une constante, P_γ et E_γ respectivement un terme source de production et un terme source de destruction s'écrivant :

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (2.2)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (2.3)$$

avec : S la norme du tenseur des contraintes, Ω la vorticité, F_{onset} une fonction  terminant le début d'entrée en transition, F_{length} une fonction contrôlant la production progressive d'intermittence dans la zone transitionnelle, F_{turb} une fonction assurant que l'intermittence est égale à 1.0 hors de la couche limite laminaire et dans la couche limite turbulente en inhibant le terme de destruction et c_{a1} , c_{a2} , c_{e1} , c_{e2} des constantes.

$$c_{e1} = 1.0; \quad c_{a1} = 2.0; \quad c_{e2} = 50.0; \quad c_{a2} = 0.06; \quad \sigma_f = 1.0 \quad (2.4)$$

L'expression des fonctions F_{onset} et F_{turb} ainsi que des différentes constantes est donnée ci-dessous.

$$F_{onset1} = \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta c}} \quad (2.5)$$

$$F_{onset2} = \min \left(\max \left(F_{onset1}; F_{onset1}^4 \right); 2.0 \right) \quad (2.6)$$

$$F_{onset3} = \max \left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5} \right)^3; 0 \right) \quad (2.7)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}; 0) \quad (2.8)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (2.9)$$

$$F_{turb} = e^{\left(\frac{R_T}{4}\right)^4} \quad (2.10)$$

La fonction F_{onset} permettant la production d'intermittence dans la couche limite à l'aval du point d'entrée en transition est basée sur la comparaison entre la vorticité locale à travers le nombre de Reynolds de vorticité Re_v et un scalaire $Re_{\theta c}$. Cette approche proposée par Menter pour déterminer le point de transition est tirée des travaux de Van Driest et Blumner [104] et permet au modèle de transition de Menter de ne faire appel qu'à des données locales.

Lien entre la vorticité locale et Re_θ

Van Driest et Blumner [104] montrent en 1963 que pour une couche limite laminaire, en considérant un profil de vitesse de Blasius, il existe un lien entre la vorticité Ω et l'épaisseur intégrale de quantité de mouvement θ . Pour un profil de vitesse laminaire de Blasius, il est possible d'écrire :

$$Re_\theta = \frac{\max(Re_v)}{2.193} \quad (2.11)$$

avec Re_θ le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement et Re_v le nombre de Reynolds basé sur la vorticité locale :

$$Re_v = \frac{\rho y^2}{\mu} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\rho y^2}{\mu} \Omega \quad (2.12)$$

avec y la distance à la paroi, μ la viscosité et ici la vorticité. L'écoulement étant considéré comme bidimensionnel la vorticité Ω est égale à $\partial u / \partial y$. La figure 2.1 représente une illustration du lien entre la vorticité locale et l'épaisseur intégrale de couche limite.

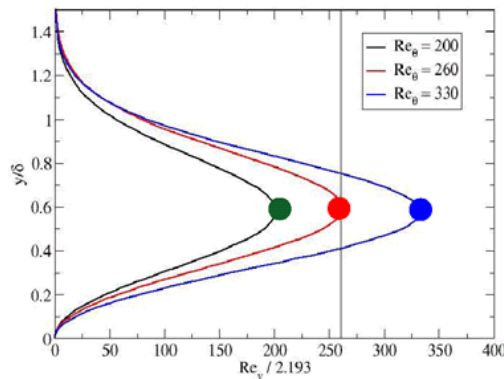


FIGURE 2.1 – Profils de vorticité pour un écoulement laminaire de Blasius - Menter et al. [101]

L'égalité 2.11 est une pierre de base du modèle puisque elle permet de connaître Re_θ au sein de la couche limite. En comparant localement au sein de la couche limite le nombre Re_v à une valeur critique obtenue par un critère $Re_{\theta c}$ pour le nombre Re_θ il est possible de déterminer

2.2. Equation pour $\overline{Re_\theta}$

si oui ou non la transition a lieu. Il s'agit donc de disposer au sein de la cellule de calcul dans la couche limite de $Re_{\theta c}$ sans algorithme de recherche. Ceci est possible en introduisant une équation de transport : l'équation pour $\overline{Re_\theta}$.

2.2 Equation pour $\overline{Re_\theta}$

Avec l'approche classique par critère de transition la valeur critique $Re_{\theta c}$ est calculée à la frontière de la couche limite à l'aide du taux de turbulence local et du gradient de pression local puis cette information est distribuée aux cellules de la couche limite à travers des algorithmes de recherche. Afin d'outrepasser cette complication Menter et Langtry [101] proposent de diffuser cette information extérieure à la couche limite dans la couche limite. Cela est rendu possible grâce à l'équation de transport pour $\overline{Re_\theta}$ qui s'écrit

$$\frac{\partial \rho \overline{Re_\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \overline{Re_\theta}}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\nu + \nu_t) \frac{\partial \overline{Re_\theta}}{\partial x_j} \right] \quad (2.13)$$

Le terme source $P_{\theta t}$ s'écrit :

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} \left(Re_{\theta t} - \overline{Re_\theta} \right) (1 - F_{\theta t}) \quad (2.14)$$

avec $c_{\theta t}$ une constante égale à $c_{\theta t} = 0.03$ et t une échelle de temps garantissant que les termes sont du même ordre de grandeur.

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (2.15)$$

Le terme source prend la forme d'un terme de rappel quelque peu particulier :

- la fonction $F_{\theta t}$ est une fonction de raccord centrale pour le modèle. Cette fonction est utilisée pour distinguer la couche limite de l'écoulement externe. Elle est égale à 1.0 dans la couche limite et 0.0 en dehors. Il est aisément remarquable que le terme source est nul dans la couche limite et que l'équation 2.13 devient une équation de convection-diffusion. Comme l'indique Menter, en annulant le terme source dans la couche limite les valeurs pour $\overline{Re_\theta}$ dans la couche limite sont corrélées et dépendantes principalement des valeurs à la frontière de couche limite par diffusion dans la couche limite. En fonction du coefficient de diffusion σ_θ les valeurs dans la couche limite seront plus ou moins égales aux valeurs à la frontière de couche limite. Comme l'indique la figure 2.2 il y a un retard entre les valeurs à la frontière à la couche limite et les valeurs dans la couche limite. Ce décalage est comme l'indique Abu-Ghannam et Shaw [60] désirable pour tenir compte des effets de mémoire dans la couche limite. En augmentant le coefficient de diffusion $\sigma_{\theta t}$ ce décalage devient moins important. Menter et Langtry [103] proposent initialement une valeur de $\sigma_{\theta t} = 2.0$ puis une valeur de $\sigma_{\theta t} = 10.0$.
- hors de la couche limite où la fonction $F_{\theta t}$ vaut 0.0 il apparaît que $\overline{Re_\theta} = Re_{\theta t}$ puisque le terme source est un terme de rappel. La figure 2.3, présentant une visualisation des contours pour les quantités $\overline{Re_\theta}$ et $Re_{\theta t}$, permet d'illustrer cet aspect du modèle de Menter. $Re_{\theta t}$ est la valeur critique de base donnée par une corrélation empirique de type Mayle [13] ou Abu-Ghannam et Shaw [60]. Menter et Langtry [103] proposent une nouvelle corrélation espérant améliorer la prévision de la transition à faible taux de turbulence ($Tu < 1.8\%$).

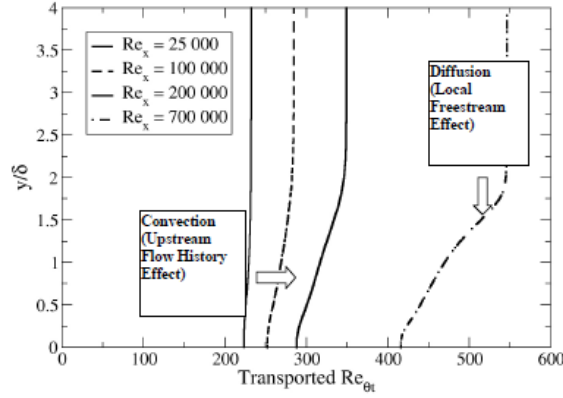


FIGURE 2.2 – Profils de $\overline{Re_\theta}$ dans une couche limite se développant sur une plaque plane - Menter et Langtry [103]

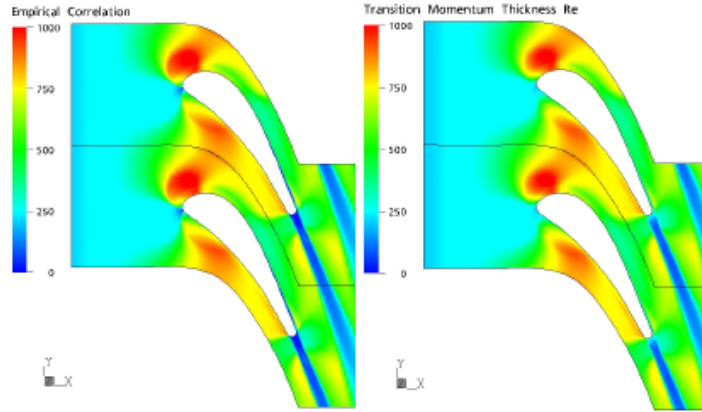


FIGURE 2.3 – Comparaison entre les isocontours de $Re_{\theta t}$ obtenus par la corrélation empirique (gauche) et les isocontours de $\overline{Re_\theta}$ (droite) - Menter et Langtry [103]

En proposant une fonction $F_{\theta t}$ distinguant la couche limite de la zone externe il est possible de transmettre de l'information hors couche limite dans la couche limite. La définition de la fonction $F_{\theta t}$ est donnée ci dessous :

$$F_{\theta t} = \min \left(\max \left(F_{wake} e^{\left(\frac{y}{\delta}\right)^4}; 1.0 - \left(\frac{\gamma - 1/c_{e2}}{1.0 - 1/c_{e2}} \right)^2 \right); 1.0 \right) \quad (2.16)$$

$$F_{wake} = e^{\left(-\frac{Re_\omega}{1.10^5}\right)^2} \quad Re_\omega = \frac{\rho U \omega}{\mu} \quad \theta_{bl} = \frac{\overline{Re_\theta} \mu}{\rho U} \quad \delta_{bl} = \frac{15}{2} \theta_{bl} \quad \delta = \frac{50 \Omega y}{U} \delta_{bl} \quad (2.17)$$

En résumé les étapes menant à la connaissance de la valeur critique $Re_{\theta c}$ localement dans la couche limite sont les suivantes

1. premièrement à l'aide d'une corrélation empirique de type Abu-Ghannam et Shaw, dans tout le champ, une valeur critique $Re_{\theta t}$ est déterminée (cf. page 27),

2.3. Corrélation empirique du point de transition

2. ensuite à travers l'expression du terme source de l'équation pour $\overline{Re_\theta}$ hors de la couche limite il vient $\overline{Re_\theta} = Re_{\theta t}$,
3. le terme source de l'équation pour $\overline{Re_\theta}$ étant nul dans la couche limite, dans un troisième temps la valeur de $\overline{Re_\theta}$ à la frontière de la couche limite (égale à celle obtenue par corrélation) est diffusée dans la couche limite,
4. à ce moment dans la couche limite la valeur critique pour $Re_{\theta t}$ devient accessible à travers $\overline{Re_\theta}$.

Menter et Langtry [103] remarquent qu'en utilisant directement $\overline{Re_\theta}$ comme valeur critique pour déterminer F_{onset} la prévision du point de transition est trop tardive. Les auteurs introduisent une fonction f et définissent une valeur critique $Re_{\theta c} = f(\overline{Re_\theta})$.

2.3 Corrélation empirique du point de transition

Le point de transition est dépendant de la corrélation empirique utilisée pour calculer $Re_{\theta t}$. Toute la physique d'entrée en transition est donc contenue dans cette corrélation. La corrélation proposée par Menter et Langtry [103] prend en compte les principaux paramètres régissant la transition à savoir le taux de turbulence extérieure (Tu) et le gradient de pression adverse (Λ). Le paramètre d'accélération dU/ds présent dans la définition de Λ se calcule de la manière suivante :

$$U = (u^2 + v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[2u \frac{du}{dx} + 2v \frac{dv}{dx} + 2w \frac{dw}{dx} \right] \quad (2.19)$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[2u \frac{du}{dy} + 2v \frac{dv}{dy} + 2w \frac{dw}{dy} \right] \quad (2.20)$$

$$\frac{dU}{dz} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[2u \frac{du}{dz} + 2v \frac{dv}{dz} + 2w \frac{dw}{dz} \right] \quad (2.21)$$

$$\frac{dU}{ds} = \left[(u/U) \frac{dU}{dx} + (v/U) \frac{dU}{dy} + (w/U) \frac{dU}{dz} \right] \quad (2.22)$$

$Re_{\theta t}$ est donné par :

$$Re_{\theta t} = \left[1173.51 - 589.428Tu + \frac{0.2196}{Tu^2} \right] F(\Lambda) \quad \text{si } Tu \leq 1.3\% \quad (2.23)$$

$$Re_{\theta t} = 331.50 [Tu - 0.5658]^{-0.671} F(\Lambda) \quad \text{si } Tu > 1.3\% \quad (2.24)$$

$$F(\Lambda) = 1 - \left[-12.986\Lambda - 123.66\Lambda^2 - 405.689\Lambda^3 \right] e^{-\left[\frac{Tu}{1.5}\right]^{1.5}} \quad ; \quad \Lambda \leq 0 \quad (2.25)$$

$$F(\Lambda) = 1 + 0.275 \left[1 - e^{[-35.0\Lambda]} \right] e^{-\left[\frac{Tu}{1.5}\right]} \quad ; \quad \Lambda > 0 \quad (2.26)$$

Pour des raisons de robustesse les limitations suivantes sont appliquées :

$$-0.1 \leq \Lambda \leq 0.1 \quad (2.27)$$

$$Tu \geq 0.027 \quad (2.28)$$

$$Re_{\theta t} \geq 20 \quad (2.29)$$

Un taux de turbulence de 0.027% correspond à un nombre $Re_{\theta t}$ de 1450.

Pour calculer le taux de turbulence locale extérieure il faut disposer de la vitesse U . Cette information dépend du repère employé. Pour un domaine de calcul comprenant plusieurs parois qui se déplacent à différentes vitesses il est nécessaire de recalculer le taux de turbulence local extérieure à la couche limite en considérant la vitesse relative de l'écoulement par rapport au mouvement de la paroi. Pour ceci il faut disposer d'une information supplémentaire sur les vitesses de parois. Cet aspect est développé dans le chapitre suivant où l'on présente le codage du modèle.

Après avoir détaillé le modèle de transition plus haut, il reste tout de même deux fonctions indéterminées : $Re_{\theta c} = f(\overline{Re_\theta})$ et la fonction F_{length} elle aussi fonction de $\overline{Re_\theta}$. Lors de la première publication du modèle par Menter et Langtry [101] ces deux fonctions sont restées non divulguées pour des raisons de propriété intellectuelle. Dès lors, plusieurs groupes de recherche se sont intéressés au modèle et ont tenté de retrouver ces fonctions. Ce travail a été accompli à l'ONERA. Le paragraphe 2.7.2 présente les résultats publiés par différents auteurs concernant la calibration de ces fonctions et les premiers résultats obtenus sur des cas d'écoulements de plaque plane.

2.4 Modélisation de la transition par bulbe de décollement

Il a été remarqué par plusieurs auteurs que lorsque la transition est initiée par un bulbe de décollement la longueur de ce dernier est souvent surestimée par les modèles de turbulence de type $k - \omega$, le ré-attachement de la couche limite étant trop tardif. Ce comportement est vérifié même si l'on force l'intermittence à passer à 1.0 dès le point de séparation. Ce comportement est causé par l'équation pour k qui dans le bulbe engendre une production insuffisamment rapide de k et donc de la turbulence. Afin de contourner ce problème plusieurs auteurs proposent d'autoriser l'intermittence γ à dépasser la valeur maximale théorique de 1.0 localement dans le bulbe afin d'augmenter la production de la turbulence et éviter un recollement trop tardif de la couche limite. Arnal a par exemple proposé une modélisation de ce type en 1986 [105]. Une approche semblable est utilisée dans le présent modèle de transition. Une fonction d'intermittence γ_{sep} dont les valeurs peuvent excéder 1.0 et dont la définition est donnée ci-dessous est utilisée.

$$\gamma_{sep} = \min \left(s_1 \max \left[0; \left(\frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta c}} \right) - 1 \right] F_{reattach}, 2 \right) F_{\theta t} \quad (2.30)$$

$$F_{reattach} = e^{-\left(\frac{R_T}{20} \right)^4} \quad (2.31)$$

$$s_1 = 2 \quad (2.32)$$

Lorsqu'il y a décollement de la couche limite le nombre de Reynolds basé sur la vortacité Re_v devient important de sorte que le ratio $Re_v / (2.193 Re_{\theta c})$ devient supérieur à 1.0. Il est ainsi

2.5. Couplage au modèle de turbulence

possible de déterminer les points de décollement de la couche limite. Menter et Langtry [103] propose de remplacer la valeur 2.193 par 3.235 afin de mieux capturer un décollement de couche limite. Dès que le ratio $Re_v/(3.235Re_{\theta c})$ devient suffisamment important, des valeurs non nulles, qui peuvent être supérieures à 1.0 mais inférieures à 2.0 sont autorisées pour la fonction d'intermittence γ_{sep} . Dès que la production de viscosité turbulente devient suffisante, les valeurs de γ_{sep} redeviennent nulles du fait de la fonction $F_{reattach}$. La présence de la fonction $F_{\theta t}$ permet d'assurer que cette modélisation ne sera appliquée que dans la couche limite.

2.5 Couplage au modèle de turbulence

Le modèle de transition est couplé au modèle de turbulence $k - \omega$ SST (cf. Annexe A page 168) à travers les termes source de production (P_k) et de destruction (D_k) de l'équation pour l'énergie cinétique de turbulence. Les termes originaux P_k et D_k sont modifiés et remplacés par les termes \widetilde{P}_k et \widetilde{D}_k ainsi :

$$\widetilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \quad (2.33)$$

$$\widetilde{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}; 0.1); 1.0) D_k \quad (2.34)$$

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}) \quad (2.35)$$

La pondération des termes source originaux du modèle de turbulence par l'intermittence permet d'obtenir des couches limites laminaires sur les parois.

La fonction de raccord F_1 du modèle original $k - \omega$ SST est également modifiée pour éviter de se retrouver avec une formulation $k - \varepsilon$ dans la zone laminaire de la couche limite et dans la zone transitionnelle.

$$R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (2.36)$$

$$F_3 = e^{-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8} \quad (2.37)$$

$$F_1 = \max(F_{1orig}; F_3) \quad (2.38)$$

avec F_{1orig} la fonction originale du modèle $k - \omega$ SST.

2.6 Conditions aux limites

Menter et al. [101] proposent d'imposer une condition de flux nul aux parois pour les quantités γ et $\overline{Re_\theta}$ soit :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = 0 \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \overline{Re_\theta}}{\partial n} = 0 \quad (2.40)$$

avec n la normale à la paroi.

Menter et al. [101] précisent qu'il suffit d'imposer l'intermittence γ égale à 1.0 et d'imposer $\overline{Re_\theta}$ en utilisant la corrélation empirique de Langtry (c.f Eq. 2.23 et Eq. 2.24) mais en ne considérant que le taux de turbulence locale (c'est à dire $F(\Lambda) = 0.0$) pour les frontières du domaine de simulation où une condition aux limites de type "injection" est appliquée.

2.7 Calibration des fonctions Re_{θ_c} et F_{length}

Comme mentionné précédemment deux fonctions ont été initialement non publiées par Menter et Langtry [101] : les fonctions Re_c et F_{length} . Il a été effectué à l'ONERA mais également par d'autres groupes de recherche une calibration de ces fonctions avant qu'elles ne soit publiées par Menter et Langtry [101].

2.7.1 Calibration effectuée à l'ONERA

La calibration des fonctions Re_{θ_c} et F_{length} a été effectuée par Content et al. [106] au Département Modèles pour l'Aérodynamique et l'Energétique (DMAE) de l'ONERA au début de cette thèse. Le problème de calibration de ces fonctions est un problème d'optimisation puisqu'en se référant à des données expérimentales il s'agit de trouver les fonctions décrivant au mieux l'état de la couche limite notamment la zone transitionnelle. Content et al. [106] utilisent la base de données ERCOFTAC pour calibrer ces fonctions. Cette base de données comprend des mesures expérimentales du coefficient de frottement pariétal C_f pour des écoulements de plaques planes à différents taux de turbulence extérieure et différents gradients de pression. Chaque cas test est référencé sous l'appellation T3x où x est une lettre (T3A, T3B, T3C). Afin de procéder à une calibration fine et rapide de ces fonctions celle-ci est effectuée dans un code de couche limite. La démarche mise en place par Content et al. est détaillée dans [106] et les résultats obtenus pour quatre conditions d'écoulement différentes sont présentés sur la figure 2.4.

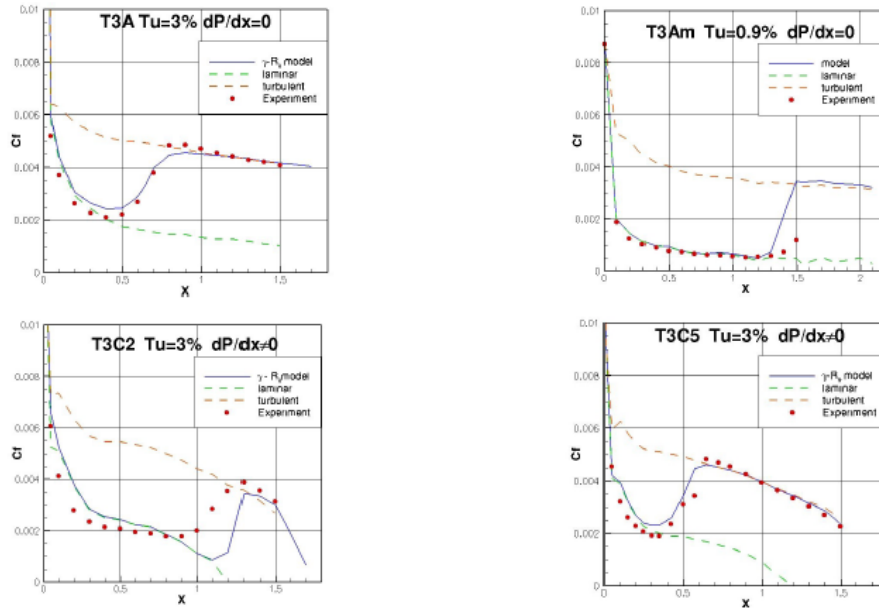


FIGURE 2.4 – Simulation de l'écoulement de plaque plane de la base de données ERCOFTAC : comparaison entre résultats expérimentaux et résultats numériques - Content et al. [106]

Initialement la calibration des fonctions avait été effectuée en considérant un coefficient de diffusion $\sigma_{\theta t}$ de 2.0. Les premiers résultats de validation obtenus pour le cas d'ogive cylindrique d'Arnal et al. [107] n'ayant pas été satisfaisant, Content et al. utilisent dès lors une valeur de 10.0 comme proposé dans un second temps par Menter et Langtry [101]. Sans dégrader les résultats pour les écoulements de plaque plane, Content et al. [106] recalibrent les fonctions

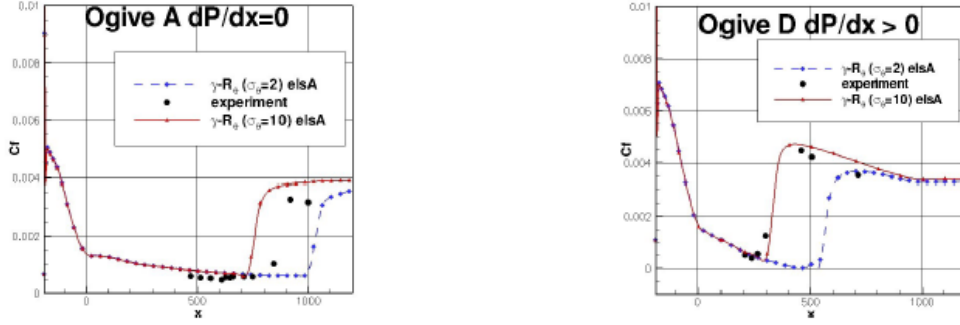


FIGURE 2.5 – Simulation numérique de l'écoulement autour de l'ogive cylindrique avec le code *elsA* : comparaison entre résultats expérimentaux et résultats numériques - Content et al. [106]

de fermeture en prenant $\sigma_{\theta t} = 10.0$. La figure 2.5 présente les résultats obtenus pour les deux constantes sur le cas d'ogive cylindrique. On y remarque que la position de la transition et la zone transitionnelle sont respectivement mieux capturées et décrites avec la nouvelle constante. Les fonctions de fermeture obtenues par Content et al. [106] pour $\sigma_{\theta t} = 10.0$ ont été utilisées dans cette étude. Ces fonctions sont données ci dessous.

$$Re_{\theta c} = \min \left(1.0; 1.623 \cdot 10^{-6} \overline{Re_{\theta}}^2 - 1.228 \cdot 10^{-3} \overline{Re_{\theta}} + 0.849 \right) \overline{Re_{\theta}} \quad (2.41)$$

$$F_{length} = \text{Exp} \left[-1.325 \cdot 10^{-8} \overline{Re_{\theta}}^3 + 7.42 \cdot 10^{-6} \overline{Re_{\theta}}^2 + 8.16 \cdot 10^{-3} \overline{Re_{\theta}} + 2.5652 \right] \quad (2.42)$$

2.7.2 Autres fonctions publiées

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_{\theta}}$ a connu un intérêt important depuis 2006. De nombreux groupes de recherche ont proposé leurs corrélations et calibré les fonctions $Re_{\theta c}$ et F_{length} sur des cas de plaques planes de la base de données ERCOFTAC. Il est donné ci-dessous à titre informatif les différents jeux de fonctions connus à ce jour ainsi que leurs auteurs. Nous pourrions dès lors nous poser la question : pourquoi différents auteurs ayant employés la même base de données pour calibrer ces fonctions aboutissent à des fonctions différentes ? Quel est le jeu de fonctions empiriques le plus universel, le plus juste à employer ? Il est démontré que deux simulations numériques employant le même maillage, le même modèle de turbulence et les mêmes conditions aux limites n'aboutissent pas exactement aux mêmes résultats, de très faibles différences persisteront entre les deux simulations. Ceci a été démontré dans les années 1990 lorsque plusieurs équipes de recherche dans le monde ont réalisées des simulations numériques du cas expérimental dit ROTOR37 [108]. Il apparaît que les différents "ajustements numériques" spécifiques à chaque code expliquent ces écarts. Il est fort probable ici également que la même cause explique pourquoi les auteurs ci dessous proposent des fonctions empiriques différentes et pourquoi l'emploi d'une fonction publiées ne mènent pas à des résultats identiques. En définitive chaque auteur propose une fonction propre à un code précis de simulation numérique.

Menter et al. [103]

$$Re_{\theta c} = [\overline{Re_\theta} - (396.035 \cdot 10^{-2} + (-120.656 \cdot 10^{-4})\overline{Re_\theta} + (868.230 \cdot 10^{-6})\overline{Re_\theta}^2 + (-696.506 \cdot 10^{-9})\overline{Re_\theta}^3 + (174.105 \cdot 10^{-12})\overline{Re_\theta}^4)] \quad \text{si} \quad \overline{Re_\theta} \leq 1870 \quad (2.43)$$

$$Re_{\theta c} = [\overline{Re_\theta} - (593.11 + (\overline{Re_\theta} - 1870.0)0.482)] \quad \text{si} \quad \overline{Re_\theta} > 1870 \quad (2.44)$$

$$F_{length} = [398.189 \cdot 10^{-1} + (-119.270 \cdot 10^{-4})\overline{Re_\theta} + (-132.567 \cdot 10^{-6})\overline{Re_\theta}^2] \quad \text{si} \quad \overline{Re_\theta} < 400 \quad (2.45)$$

$$F_{length} = [263.404 + (-123.939 \cdot 10^{-2})\overline{Re_\theta} + (194.548 \cdot 10^{-5})\overline{Re_\theta}^2 + (-101.695 \cdot 10^{-8})\overline{Re_\theta}^3] \quad \text{si} \quad 400 \leq \overline{Re_\theta} \leq 596 \quad (2.46)$$

$$F_{length} = [0.5 - (\overline{Re_\theta} - 596.0) \cdot 3.0 \cdot 10^{-4}] \quad \text{si} \quad 596 \leq \overline{Re_\theta} \leq 1200 \quad (2.47)$$

$$F_{length} = 0.3188 \quad \text{si} \quad \overline{Re_\theta} > 1200 \quad (2.48)$$

Malan et al. [109]

$$Re_{\theta c} = \min [0.61\overline{Re_\theta} + 61.5; \overline{Re_\theta}] \quad (2.49)$$

$$F_{length} = \min [\exp (7.168 - 0.01173\overline{Re_\theta}) + 0.50; 300] \quad (2.50)$$

Gisbert et Corral [110]

$$Re_{\theta c} = 0.7895\overline{Re_\theta} \quad \text{si} \quad \overline{Re_\theta} < 380 \quad (2.51)$$

$$Re_{\theta c} = 326.33 + 2.443 \cdot 10^{-2}\overline{Re_\theta} - 6.747 \cdot 10^{-4}\overline{Re_\theta}^2 + 1.127 \cdot 10^{-6}\overline{Re_\theta}^3 \quad \text{si} \quad 380 \leq \overline{Re_\theta} \leq 380 \quad (2.52)$$

$$F_{length} = 1.25 \quad (2.53)$$

Smirnov et Smirnovski [111]

$$Re_{\theta c} = -2.7 + 0.349\overline{Re_\theta} + 5.02 \cdot 10^{-4}\overline{Re_\theta}^2 \quad (2.54)$$

$$F_{length} = 0.5 \exp [10.4 - 1.55 \cdot 10^{-2}\overline{Re_\theta}^2] \quad (2.55)$$

Sorensen [112]

$$Re_{\theta c} = \beta \left(\frac{\overline{Re_\theta} + 12000}{25} \right) + (1 - \beta) \left(\frac{7\overline{Re_\theta} + 100}{10} \right) \quad (2.56)$$

$$\beta = \tanh \left[\left(\frac{\overline{Re_\theta} - 100}{400} \right)^4 \right] \quad (2.57)$$

2.7. Calibration des fonctions $Re_{\theta c}$ et F_{length}

$$F_{length} = \min \left[150 \exp \left[- \left(\frac{\overline{Re_{\theta}}}{120} \right)^{12} \right] + 0.1; 30 \right] \quad (2.58)$$

Suluksana, Dechaumphai et Juntasaro [113]

$$Re_{\theta c} = \min \left[\max \left[- \left(-0.025 \overline{Re_{\theta}}^2 \right) + 1.47 \overline{Re_{\theta}} - 120.0; 125 \right] \overline{Re_{\theta}} \right] \quad (2.59)$$

$$F_{length} = \min \left[0.1 \exp \left(-0.022 \overline{Re_{\theta}} + 1.2 \right) + 0.45; 300 \right] \quad (2.60)$$

Kelterer, Pecnik et Sanz [114]

$$Re_{\theta c} = 1.02 \overline{Re_{\theta}} - 35 + \tanh \left[- \left(\frac{\overline{Re_{\theta}} - 138}{54} \right) \right] 36 \quad \text{si} \quad \overline{Re_{\theta}} \leq 215 \quad (2.61)$$

$$Re_{\theta c} = \tanh \left[\frac{\overline{Re_{\theta}} - 215}{15} \right] 45 + 155 \quad \text{si} \quad \overline{Re_{\theta}} > 215 \quad (2.62)$$

$$F_{length} = \min \left[250 \exp \left[- \left(\frac{\overline{Re_{\theta}}}{130} \right)^{1.7} \right] + 10; 40 \right] \quad (2.63)$$

Cheng, Nichols, Neroorkar et al. [115]

$$Re_{\theta c} = Re_{\theta t} \left(-4.45 \cdot 10^4 Re_{\theta t} + 0.92 \right) \quad (2.64)$$

$$F_{length} = 8.5 \cdot 10^7 Re_{\theta t}^{-3} \left(1 - 0.25 M^4 \right) \quad (2.65)$$

Les auteurs calibrent les fonctions en utilisant $Re_{\theta t}$ et non pas $\overline{Re_{\theta}}$

Krause et al. [116]

$$Re_{\theta c} = \frac{\overline{Re_{\theta}}}{(-0.042 Tu_{\infty}^3 + 0.4233 Tu_{\infty}^2 + 0.0118 Tu_{\infty} + 1.0744)} \quad (2.66)$$

$$F_{length} = \frac{\ln(\overline{Re_{\theta}} + 1)}{Tu_{\infty}} \quad \text{si} \quad Tu_{\infty} \leq 1\% \quad (2.67)$$

$$F_{length} = \ln(\overline{Re_{\theta}} + 1) \left(0.2337 Tu_{\infty}^2 - 1.3493 Tu_{\infty} + 2.1449 \right) \quad \text{si} \quad Tu_{\infty} > 1\% \quad (2.68)$$

Cette formulation fait apparaître le taux de turbulence amont noté Tu_{∞} .

Piotrowski, Elsner et Dbrobniak [117] proposent des fonctions $Re_{\theta c}$ et F_{length} mais ces fonctions ne sont pas basées sur des données locales à la cellule de calcul.

2.8 Etudes publiées avec le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur des cas de turbomachines

Le modèle de transition de Menter a fait l'objet de plusieurs études à l'aide de différents codes de calcul dans le cadre de la simulation d'écoulements en turbomachines. Malan et al. [109] ont été parmi les premiers à entreprendre la calibration des fonctions non publiées par Menter et Langtry. Après avoir calibré ces fonctions en utilisant la base de données ERCOFTAC, les auteurs évaluent les fonctions obtenues sur deux applications en turbomachine précédemment traitées par Menter et Langtry : une aube de distributeur de turbine haute pression et une de compresseur. Malan et al. [109] obtiennent des résultats similaires à ceux obtenus par Menter et Langtry pour ces deux cas confirmant l'analyse de ces derniers : la transition très proche du bord d'attaque qui est initiée par un décollement sur l'extrados pour l'aube de compresseur est bien capturée ; la position de la transition et les flux de chaleur restent mal capturés pour le cas d'aube de turbine haute pression. Smirnov et Smirnovsky [111], après avoir calibré les fonctions F_{length} et $Re_{\theta c}$, mettent en oeuvre le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur le cas test d'aube de distributeur de turbine haute pression LS89 étudiée expérimentalement au VKI par Arts et al. [38] et pour lequel des mesures de flux de chaleur à la paroi sont disponibles. Smirnov et Smirnovsky [111] traitent neuf conditions d'écoulement différentes. Deux de ces cas - MUR 241 et MUR 116 - avaient été traités par Menter et Langtry. Smirnov et Smirnovsky [111] apportent plusieurs modifications au modèle original de Menter et Langtry en introduisant d'autres fonctions de calibration qui agissent comme des limiteurs sur la production d'intermittence, en augmentant le coefficient $\sigma_{\theta t}$ qui contrôle la diffusion du scalaire $\overline{Re_\theta}$ et en proposant une nouvelle corrélation empirique d'entrée en transition que celle proposée par Menter et Langtry. Les auteurs proposent ces modifications car tout comme Menter et Langtry les prévisions de flux de chaleur obtenus sur le cas MUR 241 ne sont pas satisfaisantes : la position de la transition est mal prévue et les flux de chaleur sont nettement sur-estimés à l'aval de la position de la transition sur l'extrados. Les modifications proposées par Smirnov et Smirnovsky [111] ne permettent d'améliorer que très légèrement les prévisions de flux de chaleur par rapport aux résultats initiaux de Menter et Langtry.

Pecknick et al. [118] emploient en 2011 les fonctions de fermeture publiées par Menter et Langtry en 2009 [103] pour mettre en oeuvre des simulations numériques correspondant au cas expérimental MUR241 de la configuration LS89. L'étude menée par Pecnik et al. [118] vise à analyser et quantifier les incertitudes sur la prédiction de la transition laminaire-turbulent dans le cadre de simulations RANS. Les auteurs, à l'issue de leurs travaux, mettent en avant la forte sensibilité des résultats aux conditions infini amont notamment la sensibilité de la solution aux valeurs imposées au taux de dissipation de turbulence ω . Cheng et al. [115] calibrent les fonctions F_{length} et $Re_{\theta c}$ du modèle de transition de Menter et mettent en oeuvre des simulations numériques pour la prévision des flux de chaleur pariétaux sur un cas de distributeur de turbine haute pression pour lequel des données expérimentales existent. De plus, les auteurs mettent également en oeuvre des simulations à l'aide du modèle de transition de Walters et Leylek basé sur la description des fluctuations laminaire pré-transitionnelles (c.f. page 37). Cheng et al. concluent qu'aucun des deux modèles ne permet de prévoir correctement la position de la transition et les flux de chaleur sur la partie turbulente de l'aubage. Les auteurs, bien qu'indiquant que les deux modèles offrent un potentiel pour inclure de manière automatique la prise en compte des effets de transition dans le cadre de simulations RANS, soulignent qu'un effort supplémentaire de modélisation et de calibration doit être mené

2.8. Etudes publiées avec le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur des cas de turbomachines

concernant ces deux modèles de transition.

D'autres auteurs se sont intéressés à l'application du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ dans le cadre de la prévision de la transition pour des applications de turbine basse pression. Kelterer et al. [114] mettent en oeuvre des simulations avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ complété par leurs propres fonctions de fermeture F_{length} et Re_{θ_c} mais aussi avec les fonctions de fermeture proposées par Malan et al. [109], Sorensen [112] ainsi que Elsner et al. [117]. Kelterer et al. [114] remarquent qu'il n'obtiennent pas les mêmes résultats que les auteurs cités précédemment lorsqu'ils traitent les mêmes cas d'étude avec les fonctions de fermeture qu'ont proposé ces auteurs. Kelterer et al. [114] en concluent que vraisemblablement la qualité des résultats est très dépendante du codage d'un code à un autre pour une formulation identique du modèle. Kelterer et al. [114] réalisent de plus une seconde série de simulations ; les auteurs s'intéressent à la prévision de la transition pour les profils d'aube T106A et T106C de turbine basse pression. Les auteurs concluent, à l'issue de ces nouvelles simulations, qu'une calibration plus fine du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ pour ce qui est de la prévision de la transition par bulbe de décollement est à envisager puisque la taille du bulbe de décollement présent sur ces profils d'aube semble ne pas être prévue correctement. Corral et Gisbert [110] mettent en oeuvre des simulations avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur les cas expérimentaux de profils de turbine basse pression T106C et T108. Corral et Gisbert [110], comme Kelterer et al. [114], confirment que le modèle de transition n'est pas en mesure de prévoir la position de la transition et de recollement de la couche limite pour toutes les conditions d'écoulements de ces deux aubages différents. Corral et Gisbert [110] proposent une première amélioration du modèle pour la prévision de la transition par bulbe de décollement en introduisant une modification de la fonction d'intermittence γ_{sep} . Cependant, la modification proposée semble ne pas suffir à corriger les mauvaises prévisions. Kügeler et al. [119] appliquent également le modèle de transition de Menter à la prévision par simulation numérique de l'écoulement autour des profils T106C et T106A. Les conclusions des auteurs restent identiques à celles formulées par les auteurs cités précédemment : le modèle ne permet pas de prévoir suffisamment correctement la taille du bulbe de décollement. Kügeler et al. [119] étudient également l'effet de la topologie du maillage sur la qualité des résultats. En effet, le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ étant basé uniquement sur des données locales à la cellule de calcul, ce modèle est utilisable sur des maillages structurés et non structurés. Kügeler et al. [119] réalisent des simulations sur des maillages structurés, non structurés et hybrides. Les auteurs observent que la qualité de la solution est indépendante de la topologie du maillage.

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ a été implanté dans le code *elsA* de l'ONERA et mis en oeuvre pour la simulation d'écoulements en turbomachines. Le prochain chapitre traite du codage de ce modèle dans le code *elsA* ainsi que de la mise en oeuvre pour des premières simulations en turbomachines.

Implantation dans le code *elsA* du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$

Ce chapitre présente les aspects pratiques du développement dans le code *elsA* du modèle de transition de Menter. Le traitement des termes source des équations de transport du modèle de transition, les modifications apportées au calcul du pas de temps local et du rayon spectral des équations sont décrits. Dans un second temps, il est exposé les développements réalisés afin de tenir compte, au niveau des couche limites, de différents mouvements de parois mobiles et de parois fixes dans un même domaine de calcul. Dans la dernière partie de ce chapitre les premières simulations tridimensionnelles de validation sont présentées.

3.1 Aspects numériques du codage du modèle de Menter dans le code *elsA*

3.1.1 Implication des termes source

La discrétisation implicite des équations de transport du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$, et donc l'implication des termes source, est la méthode la plus efficace pour assurer la stabilité de l'intégration en temps. Pour une intégration à l'aide d'un schéma explicite, la stabilité en temps requièrerait d'imposer une limitation sur le pas de temps très pénalisante pour la convergence. Deux approches ont été étudiées pour l'implication des termes sources :

- la technique dite de "factorisation scalaire approchée". Cette technique utilisée dans le code *elsA* consiste à impliquer les termes sources à l'aide du rayon spectral de la matrice jacobienne des termes sources. Cependant l'application de cette technique au sous-système formé par les équations du modèle de transition $(\gamma; \overline{Re_\theta})$ n'a pas donné de solution correcte stable,
- la technique de linéarisation du terme source. Il s'agit de linéariser le terme source et d'utiliser la partie linéaire négative du terme source comme contribution à la matrice d'implication. Cette méthode a l'avantage de ne pas nécessiter et/ou modifier le rayon spectral des équations. Cette technique a été implémentée dans le code *elsA* pour traiter les équations du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$.

3.1.1.1 Mise en oeuvre de la technique d'implication des termes sources

En reprenant le formalisme de l'annexe B, le système à intégrer en temps pour chaque cellule Ω s'écrit sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \sum_{\Omega} W_{\Omega} d\Omega + \sum_{\partial\Omega} (F_c + F_d) \cdot n d\Sigma = \sum_{\Omega} T_{\Omega} d\Omega \quad (3.1)$$

avec W_Ω le vecteur des inconnues, F_c et F_d les flux convectifs et diffusifs et T_Ω le terme source.

Pour un maillage rigide l'équation 3.1 s'écrit :

$$\frac{dW_\Omega}{dt} = -\frac{1}{V_\Omega} [F_c + F_d] + T_\Omega = -\frac{1}{V_\Omega} R_{cd\Omega} + T_\Omega \quad (3.2)$$

avec $R_{cd\Omega}$ le résidu de discrétisation des flux convectifs et diffusifs et V_Ω le volume de la cellule Ω . La linéarisation du terme source consiste à faire apparaître la partie linéaire négative du terme source par rapport aux inconnues en écrivant les termes sources sous la forme :

$$T_\Omega = T_{i\Omega} W_\Omega + T_{0\Omega} \quad (3.3)$$

Appliquée au sous système des équations du modèle de transition l'expression du vecteur T_i est la suivante :

$$T_{i\rho\gamma} = - \left[F_{length} c_{a1} S(F_{onset})^{1/2} c_{e1} \gamma^{1/2} + c_{a2} \Omega F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \right] \quad (3.4)$$

$$T_{i\rho\overline{Re_\theta}} = (F_{\theta t} - 1) \cdot \frac{c_{\theta t}}{t} \quad (3.5)$$

Les coefficients de la matrice diagonale $T_{i\Omega}$ doivent être négatifs pour renforcer la dominance de la diagonale de la matrice d'implication. L'équation 3.2 devient sous la forme discrète :

$$\frac{1}{\Delta t} (W_\Omega^{(n+1)} - W_\Omega^{(n)}) = -\frac{1}{V_\Omega} R_{cd\Omega}^{(n)} + T_{i\Omega}^{(n)} W_\Omega^{(n+1)} + T_{0\Omega}^{(n)} \quad (3.6)$$

soit finalement :

$$\left(\frac{1}{\Delta t} - T_{i\Omega}^{(n)} \right) (W_\Omega^{(n+1)} - W_\Omega^{(n)}) = -\frac{1}{V_\Omega} R_{cd\Omega}^{(n)} + T_{0\Omega}^{(n)} \quad (3.7)$$

3.1.2 Modification du calcul du pas de temps local

Le calcul du pas de temps local pour chaque cellule présenté dans l'annexe B met en évidence le fait que le pas de temps est obtenu en prenant la valeur minimale entre le pas de temps des flux convectifs et le pas de temps des flux diffusifs. La structure des équations pour γ et $\overline{Re_\theta}$ étant très proche de celle des équations de transport des grandeurs turbulentes k et ω le pas de temps convectif Δt_c est inchangé et en pratique le pas de temps est imposé par le pas de temps diffusif de l'équation de l'énergie :

$$\Delta t_D = CFL \frac{(\Delta h)^2 Pr}{2} \frac{1}{\gamma \left(\nu + \frac{Pr}{Pr_t} \nu_t \right)} \quad (3.8)$$

avec CFL le nombre de CFL, Pr le nombre de Prandtl, Pr_t le nombre de Prandtl turbulent, ν la viscosité dynamique, ν_t la viscosité de turbulence, h une longueur caractéristique et γ le rapport des coefficients calorifiques de chaleur. Dans le cadre de simulations d'écoulements en turbomachines il vient :

$$\frac{Pr}{\gamma} \cong 0.51 \quad (3.9)$$

$$\frac{Pr}{Pr_t} \cong 0.8 \quad (3.10)$$

3.2. Prise en compte des mouvements de paroi pour la détermination du taux de turbulence local

Si l'on considère l'équation de transport pour $\overline{Re_\theta}$ on obtient :

$$\Delta t_{D\overline{Re_\theta}} = CFL \frac{(\Delta h)^2}{2} \frac{1}{\sigma_{\theta_t}} \frac{1}{(\nu + \nu_t)} \quad (3.11)$$

En considérant les valeurs standard pour le nombre de Prandtl Pr et pour γ le rapport des coefficients calorifiques on constate que pour des valeurs de σ_{θ_t} supérieures à 2.0 le pas de temps $\Delta t_{D\overline{Re_\theta}}$ devient plus faible que le pas de temps Δt_D donnée par l'équation 3.8. En décidant d'adopter une valeur pour σ_{θ_t} de 10.0 au lieu de 2.0 il s'est avéré indispensable pour assurer la stabilité et la cohérence des résultats de procéder à cette modification du calcul du pas de temps.

3.1.3 Modification du rayon spectral pour l'implication LU-SSOR

L'intégration en temps des équations discrètes de Navier-Stokes est réalisée à l'aide d'une phase implicite pour renforcer la stabilité du problème et également permettre d'arriver plus rapidement à convergence dans le cadre d'études stationnaires en offrant la possibilité d'utiliser des pas de temps plus grand que les pas de temps imposés par une intégration en temps explicite. La technique de relaxation dite LU-SSOR présentée dans l'annexe B de ce mémoire est une méthode de résolution des équations implicites qui assurent l'intégration en temps. La contribution des termes de diffusion à la construction de la matrice d'implication LU-SSOR requiert le calcul du rayon spectral de la matrice jacobienne des flux diffusifs. Pour les équations du champ moyen ce rayon spectral vaut :

$$\rho_{diff} = \frac{S}{L} \max \left[\frac{4}{3} (\nu + \nu_t); \frac{\gamma}{Pr} \left(\nu + \frac{Pr}{P_t} \nu_t \right) \right] \quad (3.12)$$

avec S une surface caractéristique et L une longueur caractéristique. Comme pour le calcul du pas de temps, le terme diffusif de l'équation de transport pour $\overline{Re_\theta}$ impose de modifier ce rayon spectral. Dès lors, σ_{θ_t} vaut 10.0 car le plus petit rayon spectral du système devient :

$$\rho_{diff} = \frac{S}{L} \max \left[\frac{4}{3} (\nu + \nu_t); \sigma_{\theta_t} (\nu + \nu_t) \right] \quad (3.13)$$

3.2 Prise en compte des mouvements de paroi pour la détermination du taux de turbulence local

3.2.1 Détermination du taux de turbulence local dans la zone proche carter

Le point de transition est, à la base, déterminé à l'aide d'une corrélation empirique de type Abu-Ghannam et Shaw faisant intervenir le gradient de pression local et le taux de turbulence local hors de la couche limite. Par définition le taux de turbulence local Tu est fonction de l'énergie cinétique de turbulence et de la vitesse locale (c.f. 1.4.2). Il est important de préciser que la vitesse U qui doit être considérée pour déterminer le taux de turbulence local hors de la couche limite est la vitesse à la frontière de la couche limite dans le repère rattaché à la paroi. C'est pourquoi nous nommerons cette vitesse $U_{rep\grave{e}re\ paroi}$. Pour la simulation d'écoulements en turbomachine il est courant de se placer dans le repère relatif tournant et d'exprimer les vitesses dans ce repère relatif. Ainsi, la vitesse locale calculée à l'extérieur d'une couche limite se développant sur une paroi mobile comme par exemple l'aubage est effectivement la vitesse hors couche limite dans le repère paroi. Cependant, comme le soulèvent Menter et Langtry [103],

ceci n'est plus vrai pour la couche limite se développant au carter et plus généralement dès lors que la vitesse dans le repère du calcul n'est plus, en réalité, la vitesse dans le repère paroi hors de la couche limite. La figure 3.1 ci dessous permet d'explicitier ce point. La vitesse locale donnée par le code pour la cellule de calcul proche de la tête d'aube est, comme pour le reste du domaine de calcul, la vitesse relative. La couche limite se développant sur la tête d'aube est également en rotation et la vitesse relative est donc bien la vitesse dans le repère paroi. Au niveau du carter ceci n'est plus vérifié. Le code fournit pour la cellule de calcul proche du carter la vitesse relative liée à la rotation des aubages. Cependant le carter est fixe et la couche limite au carter est également "fixe". La vitesse relative au mouvement des parois hors de la couche limite ou vitesse dans le repère paroi est en fait ici la vitesse absolue. En utilisant directement la vitesse fournie par le code afin de déterminer le taux de turbulence local hors couche limite une erreur est commise.

Il est possible d'implémenter dans le code *elsA* un traitement permettant de tenir compte des vitesses réelles de paroi pour le calcul local du taux de turbulence hors couche limite.

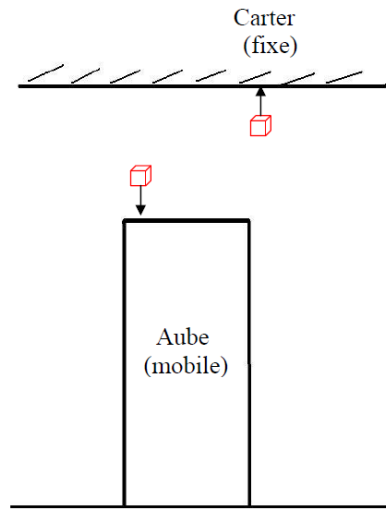


FIGURE 3.1 – Schéma descriptif du principe de rattachement des cellules à une paroi au carter (taille du jeu volontairement augmentée)

3.2.2 Utilisation de la distance à la paroi et du rattachement à une paroi pour corriger le critère de transition

Le traitement développé pour permettre la détermination exacte du taux de turbulence Tu hors couche limite dans le repère de la paroi fait appel à la distance à la paroi. Pour chaque cellule le calcul de la distance à la paroi la plus proche s'effectue dans une phase de prétraitement puis cette information est stockée pour être utilisée ultérieurement. Lors de la phase de prétraitement, outre la distance à la paroi, une autre information est déterminée et stockée : la connectivité à la paroi la plus proche à travers la sauvegarde de l'indice de la face paroi la plus proche. En utilisant cette dernière information et la vitesse de la paroi à laquelle est rattachée la cellule il est possible de déterminer la vitesse hors de la couche limite dans le repère paroi.

Lors de la mise en oeuvre du calcul, chaque paroi du domaine de calcul est définie comme mobile ou fixe dans le repère de calcul. Ceci est effectué par le biais de la clé "mobile_coeff"

3.2. Prise en compte des mouvements de paroi pour la détermination du taux de turbulence local

du code *elsA* et qui vaut 0, 1 ou -1. Le tableau 3.1 ci dessous définit les correspondances entre mouvement de paroi et repère de calcul.

	Repère fixe	Repère tournant
Paroi fixe	0	1
Paroi mobile	-1	0

TABLE 3.1 – Correspondance entre les valeurs pour la clé "mobile_coeff" et le mouvement de la paroi

Connaissant pour chaque cellule la paroi la plus proche ainsi que son mouvement et sa vitesse il est possible d'en déduire la vitesse locale pour chaque cellule dans le repère paroi. La relation utilisée pour cela est la suivante :

$$\vec{U}_{repère\ paroi} = \vec{U}_{repère\ calcul} + mobile_coeff \cdot \vec{U}_{repère\ calcul}^{paroi} \quad (3.14)$$

Ce développement a été intégré dans le code *elsA*. La figure 3.2 représente le coefficient "mobile_coeff" attribué à chaque cellule du domaine de calcul proche du carter à mi-corde dans la zone de jeu pour un cas de rotor de compresseur. On y remarque que les rangées de cellules proche du carter ont une valeur égale à 1 ce qui indique qu'elles sont rattachées au carter fixe et la vitesse locale est corrigée. Les cellules proches de l'aube ont une valeur égale à 0 et sont donc rattachées à l'aube, la vitesse n'est pas corrigée. Le champs de valeurs pour la donnée "mobile_coeff" présenté sur la figure 3.2 permet de valider le développement effectué.

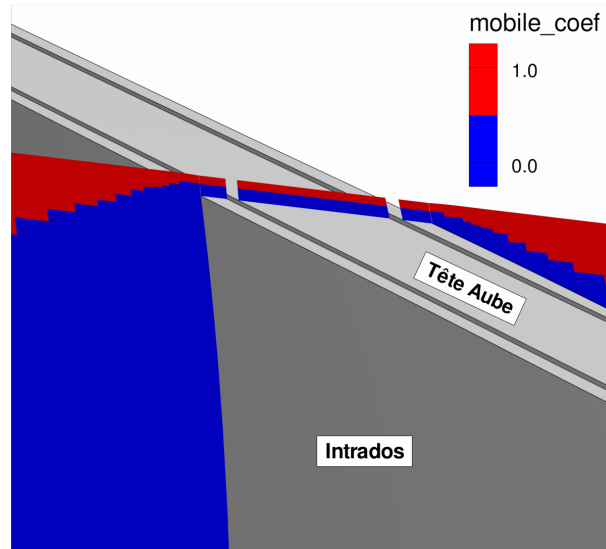


FIGURE 3.2 – Champs pour la clé "mobile_coeff" à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'une aube de compresseur

Il apparaît toutefois une discontinuité sur la grandeur "mobile_coeff" entre la tête d'aube et le carter à mi-distance entre ces deux parois. Cette discontinuité n'entraîne pas localement de discontinuité brutale pour les valeurs de $\overline{Re_\theta}$ et d'intermittence γ . En effet, ces scalaires sont issus d'une équation de transport et donc, localement, les effets de mémoire, de diffusion et de convection qui sont pris en compte permettent une adaptation progressive de ces scalaires au changement de repère. Les figures 3.4 et 3.3 représentant les isocontours d'intermittence γ et

de $\overline{Re_\theta}$ dans cette zone permettent de confirmer qu'il n'y a pas localement de discontinuité. La couche limite est turbulente ce qui est en concordance avec la physique : les couches limites se développant dans la zone de jeu de tête d'aube sont considérées comme turbulentes étant donné l'importance des écoulements secondaires tourbillonnaires présents dès le bord d'attaque qui entraînent un passage rapide vers la turbulence.

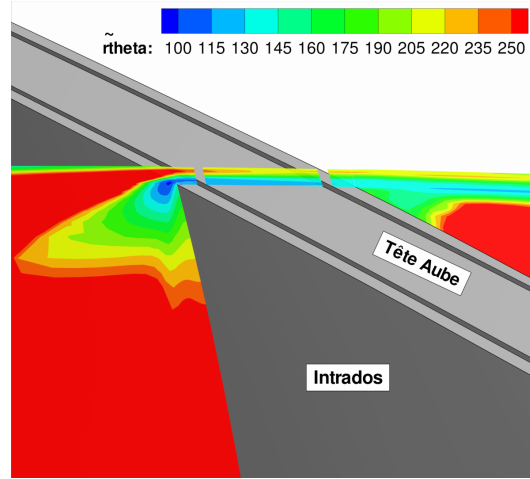


FIGURE 3.3 – Champs pour le scalaire $\overline{Re_\theta}$ à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'un compresseur

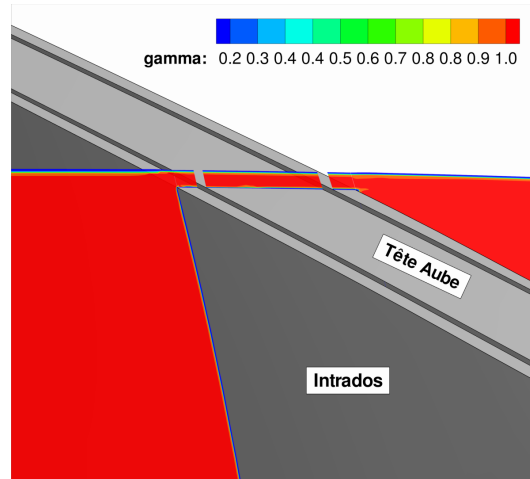


FIGURE 3.4 – Champs pour l'intermittence γ à mi-corde dans la zone de tête de rotor d'un compresseur

3.3 Premiers résultats de validation

3.3.1 Application au cas tridimensionnel Rotor 37

Le rotor 37 est un rotor de compresseur expérimental étudié par la NASA en 1994 dans le cadre du programme AGARD, programme de recherche visant à fournir des données expérimentales pour la validation de code CFD [120]. Les données obtenues à l'issue des essais ont été

3.3. Premiers résultats de validation

massivement utilisées pour la validation de codes CFD [108]. Les caractéristiques du rotor37 sont données dans le tableau 3.2.

Nombre d'aubes	36
rayon moyeu/ rayon carter	0,70
Vitesse de rotation	17188,7 tr/min
Vitesse en tête d'aube	454 m/s
Taux de compression	2,106
Débit nominal	20,19 kg/s

TABLE 3.2 – Rotor 37 - Caractéristiques du rotor

Ce compresseur est dit transsonique car les nombres de Mach relatifs en entrée sont de 1,13 au moyeu et 1,48 en tête d'aube [120].

Une simulation numérique tridimensionnelle a été entreprise pour ce cas test en tenant compte de la transition laminaire-turbulent à l'aide du modèle de transition nouvellement implémenté dans le code *elsA*. Une vue tridimensionnelle du domaine de calcul est représentée sur la figure 3.5 tandis qu'une vue du maillage dans le plan aube à aube à mi-hauteur et en tête d'aube dans la zone de jeu sont visibles sur la figure 3.6. La taille de première maille à la paroi est de $1.10^{-6}m$ ce qui permet de garantir que les valeurs de y^+ sont inférieures à 1. Les caractéristiques du maillage sont données dans le tableau 3.3.

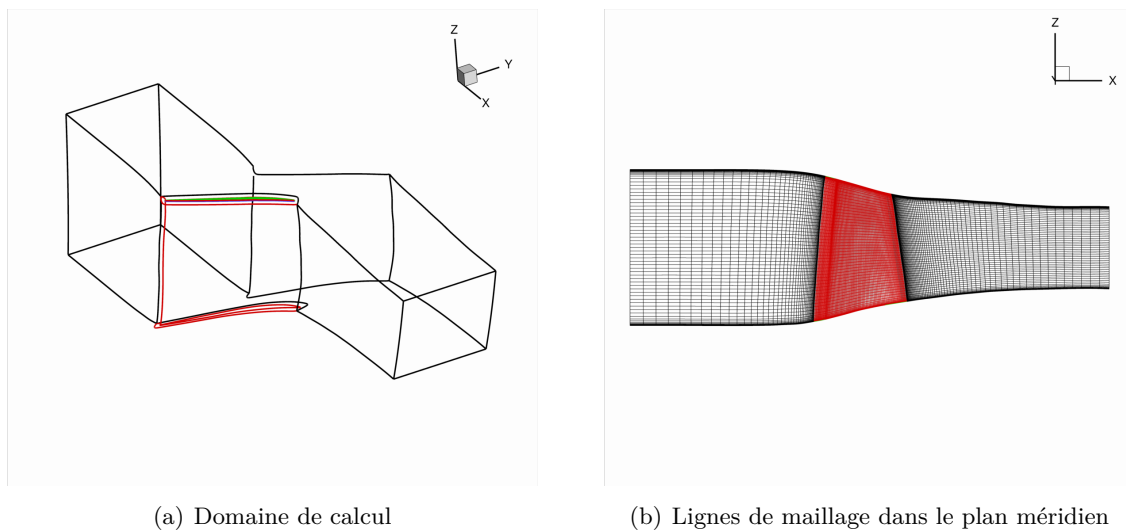


FIGURE 3.5 – Rotor 37 - Vues tridimensionnelles du maillage

Bloc	Ni	Nj	Nk
H-veine	201	33	97
O-veine	201	33	97
H-jeu	89	13	17
O-jeu	201	13	17

TABLE 3.3 – Rotor 37 - Caractéristiques du maillage

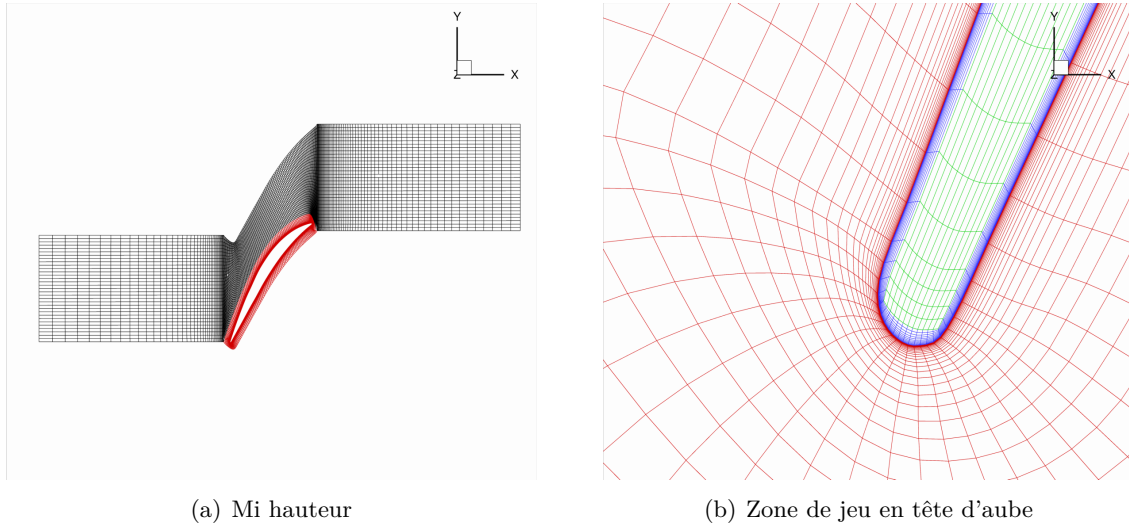


FIGURE 3.6 – Rotor 37 - Vues du maillage dans le plan aube à aube

3.3.1.1 Paramètres numériques

Le code *elsA* offre une multitude de paramètres numériques à disposition. Pour cette simulation stationnaire les paramètres numériques suivants ont été utilisés :

- une discrétisation des flux convectifs avec un schéma de *Jameson*,
- des valeurs $k2 = 0.5$ et $k4 = 0.032$ pour les coefficients numériques associés au schéma de *Jameson*,
- une phase implicite LUSSOR-SCA,
- un pas de temps local avec un nombre de CFL progressant de 1 à 40 au cours des 2000 premières itérations pour rester figé à cette valeur par la suite.

Ces paramètres correspondent à la pratique standard recommandée par les concepteurs du code *elsA*. La définition de ces paramètres numériques est donnée dans l'annexe B.

Les conditions de turbulence imposées à l'entrée du domaine de simulation sont les suivantes :

- un taux de turbulence Tu de 3%, ce qui correspond à un taux de turbulence rencontré dans un compresseur
- un taux de dissipation de turbulence ω menant à un nombre Reynolds de turbulence Re_t de 30. La définition du nombre de Reynolds de turbulence et la relation entre ce nombre et le taux de dissipation de turbulence sont données dans l'annexe A.

Les conditions d'entrée pour les variables du modèle de transition ont été imposées en accord avec la pratique exposé en page 47.

La simulation a été réalisée en repère relatif (repère tournant à la vitesse de rotation de l'aubage) et en considérant les vitesses relatives pour la résolution des équations de Navier-Stokes par le code *elsA*. Cette pratique est le standard en turbomachine. La simulation avec la prise en compte de la transition a été réalisée à la suite d'une simulation tout turbulent dont le champ aérodynamique a servi de champ initial. Enfin, le limiteur de *Zheng* a été activé (cf. Annexe A).

3.3. Premiers résultats de validation

3.3.1.2 Résultats

La convergence de la solution peut être visualisée sur la figure 3.7 sur laquelle sont tracés les résidus en fonction de l'itération courante. La convergence est satisfaisante pour un calcul tridimensionnel, les résidus perdant très rapidement plusieurs ordres de grandeur au cours des premières itérations puis continuant à diminuer lentement. On remarquera que les résidus pour les quantités décrivant la turbulence présentent des oscillations. Ce comportement est classique avec l'utilisation d'un modèle de turbulence de type $k-\omega$, en particulier pour l'équation régissant ω . Les résidus pour l'intermittence γ présentent également des oscillations.

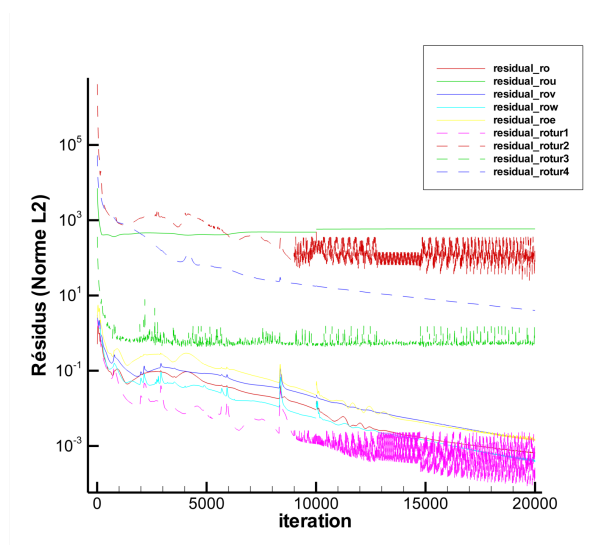


FIGURE 3.7 – Rotor 37 - Résidus en fonction de l'itération courante, simulation avec l'utilisation du modèle de transition

Pour toutes les simulations présentées dans ce mémoire les résidus atteignent un niveau de convergence au moins aussi satisfaisant qu'ici.

La figure 3.8 représente l'évolution des débits à l'itération courante dans le plan d'entrée du domaine et le plan de sortie du domaine de simulation. En fin de calcul, la convergence en débit est atteinte, les débits à l'entrée et à la sortie étant identiques. Il y a peu de variation entre les valeurs de débit au début de calcul par rapport aux valeurs obtenues en fin de calcul, ceci étant lié au fait que le calcul avec la prise en compte de la transition intervient après un premier calcul tout turbulent. On remarquera que le débit converge vers une valeur de 20,63 kg/s ce qui est très proche de la valeur nominale 20,19 kg/s. Les conditions aux limites ne doivent donc pas correspondre exactement aux conditions d'essais. Nous ne cherchons pas ici à recaler la simulation numérique sur les conditions exactes de l'expérience mais seulement à valider l'utilisation du modèle de transition dans le cadre de simulations numériques de type RANS tridimensionnelles.

L'ensemble de ces vérifications permet de conclure qu'à priori le résultat de calcul est convergé et exploitable.

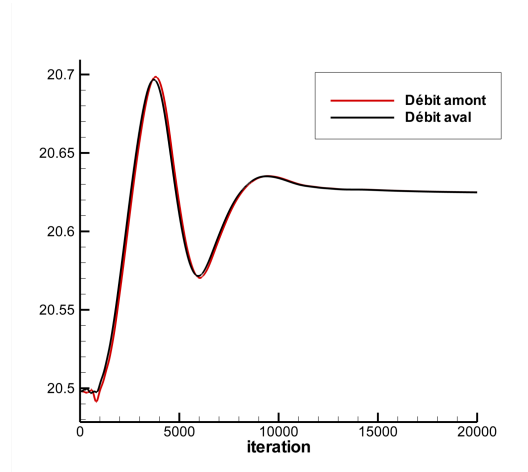


FIGURE 3.8 – Rotor 37 - Evolution des débits en fonction de l'itération courante, simulation avec l'utilisation du modèle de transition

Les contours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine sont représentés sur la figure 3.9 . Il y a une très bonne concordance avec les données expérimentales visibles sur la figure 3.10. Les isocontours de nombre de Mach de la figure 3.9 sont sensiblement similaires entre les simulations avec et sans prise en compte de la transition. Ceci permet de conforter la validité de la simulation avec la prise en compte de la transition : pour cet écoulement il ne doit pas y avoir de contours de nombres de Mach différents entre les deux simulations car ici la prise en compte de la transition n'est censée affecter que les propriétés de la couche limite attachée à l'amont du choc.

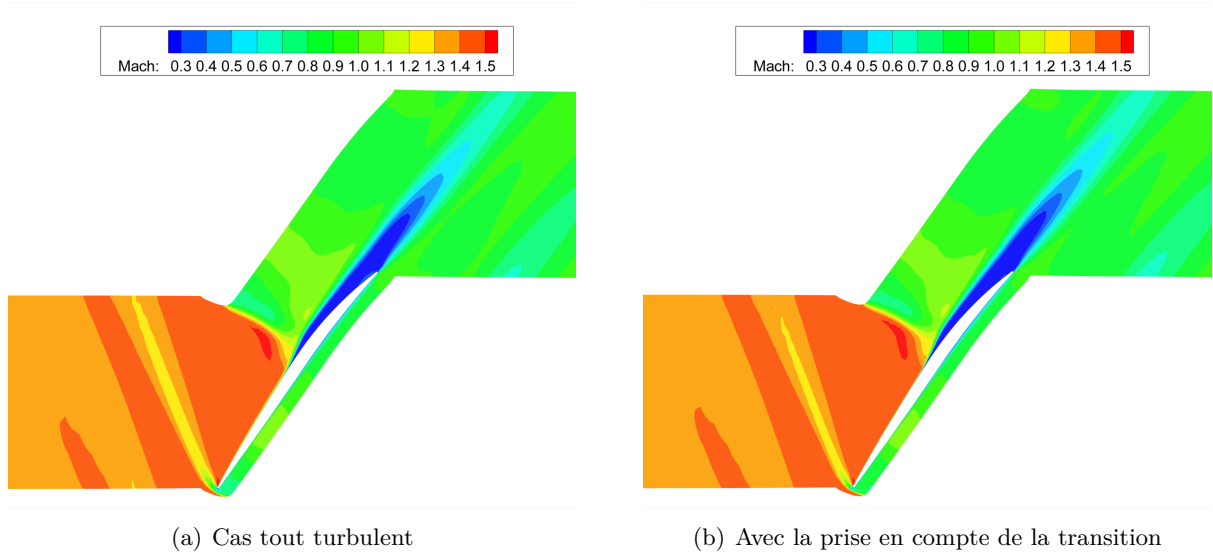


FIGURE 3.9 – Rotor37 - Iso-contours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine

3.3. Premiers résultats de validation

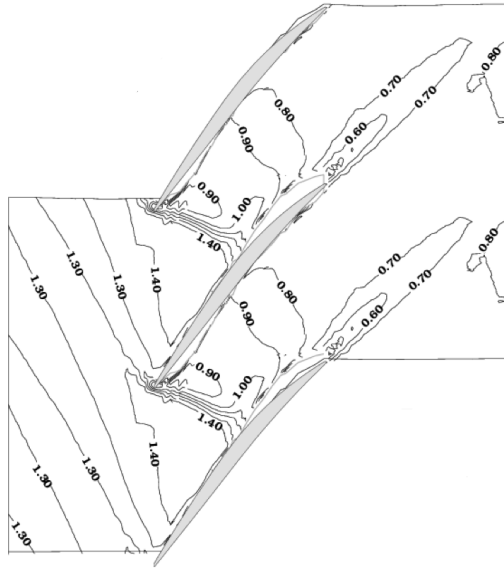


FIGURE 3.10 – Rotor 37 - Isocontours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine à partir de mesures expérimentales

Sur la figure 3.11 sont représentés les isocontours pour le scalaire \overline{Re}_θ à mi-hauteur de veine. L'ordre de grandeur des valeurs rencontrées, c'est à dire entre 100 et 1500, est correct avec la modélisation sous jacente au modèle de transition. Les variations de \overline{Re}_θ sont également conformes avec la modélisation présentée dans le chapitre II : dans les zones de forte intensité de turbulence et/ou de vitesse faible les valeurs de \overline{Re}_θ sont faibles, inversement dans les zones de faible intensité de turbulence et/ou de vitesse élevée les valeurs de \overline{Re}_θ sont élevées.

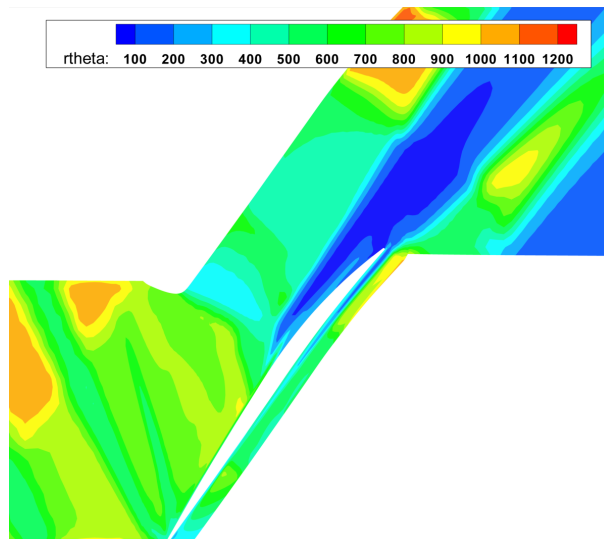


FIGURE 3.11 – Rotor37 - Isocontours de \overline{Re}_θ à mi-hauteur de veine

Les isocontours de l'intermittence γ à mi-hauteur de veine sont exposés sur la figure 3.12. L'intermittence est égale à 1.0 dans tout le champ hormis dans la zone de couche limite à l'amont du choc. La figure 3.13 où un zoom des isocontours d'intermittence dans cette région est effectué illustre plus précisément ce constat. Le fait que l'intermittence soit égale à 1.0 hors de la couche limite laminaire est le résultat conforme et attendu : avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ l'intermittence est supposée être égale à 1.0 dans les zones de couche limite turbulente et hors de la couche limite. On remarque, d'après les figures 3.12 et 3.13 que la transition du côté de l'extrados a lieu au point d'impact du choc. Du côté de l'intrados la transition de la couche limite de l'état laminaire à l'état turbulent se produit très près du bord d'attaque.

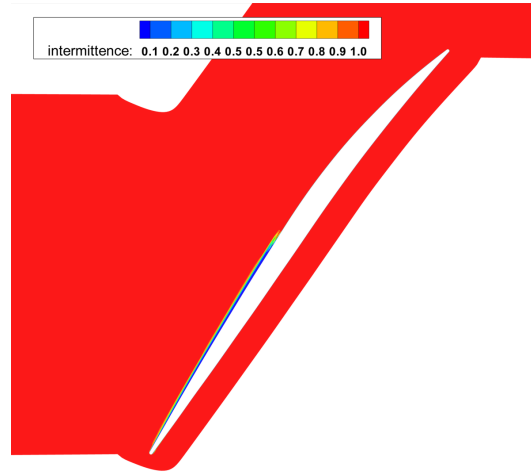


FIGURE 3.12 – Rotor37 - Isocontours de l'intermittence à mi-hauteur de veine

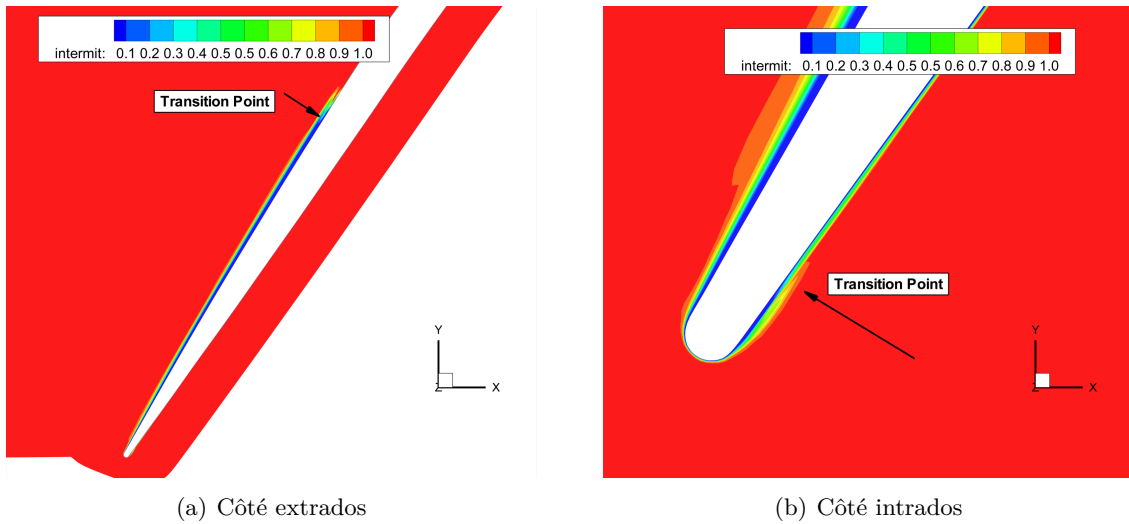


FIGURE 3.13 – Rotor37 - Zoom sur les isocontours de l'intermittence à mi-hauteur de veine

3.3. Premiers résultats de validation

La prise en compte de la transition sur la production de turbulence dans la couche limite et donc sur la laminarité de la couche limite peut être mise en évidence en visualisant les isocontours d'énergie cinétique de turbulence k . La figure 3.14 permet de comparer pour la simulation tout turbulent et la simulation avec le modèle de transition les isocontours d'énergie cinétique de turbulence à mi-hauteur de veine. L'inhibition de production de turbulence dans la zone où la couche limite est estimée être laminaire est bien visible sur ce tracé comparatif : les niveaux d'énergie cinétique de turbulence sont quasi nuls lorsque la prise en compte de la transition est effective alors que ce n'est pas le cas pour le calcul tout turbulent. Notons qu'ici le scalaire k est une donnée adimensionnée en utilisant la méthode standard présentée dans l'annexe B .

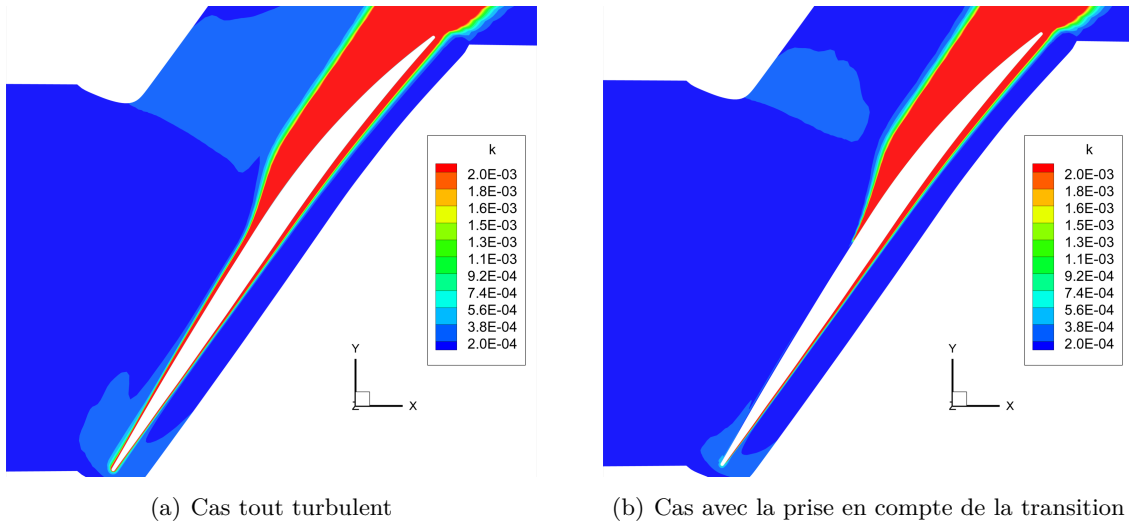


FIGURE 3.14 – Rotor37 - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence k à mi-hauteur de veine

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ a été proposé par Menter et Langtry afin de permettre de prendre en compte de manière courante la modélisation de la transition laminaire-turbulent dans les simulations numériques tridimensionnelles de type RANS. L'objectif de cette première simulation à l'aide du code *elsA* est de vérifier ce point. Nous nous intéressons aux isocontours de l'intermittence γ dans le champ tridimensionnel et plus particulièrement dans le canal en amont de l'aubage à travers la figure 3.15. Les isocontours pour l'intermittence γ indiquent que cette dernière est égale à 1.0 partout dans le champ sauf dans les zones de couche limite proches du moyeu et du carter que l'on visualise mieux sur la figure 3.16 où un zoom est effectué. De même, comme l'illustre la figure 3.17, du côté de l'extrados il y a une cohérence dans l'évolution de l'intermittence le long de la hauteur sur l'aubage : dans les zones proches du moyeu et du carter la transition a lieu très rapidement alors qu'elle a lieu au niveau du choc sur la partie centrale.

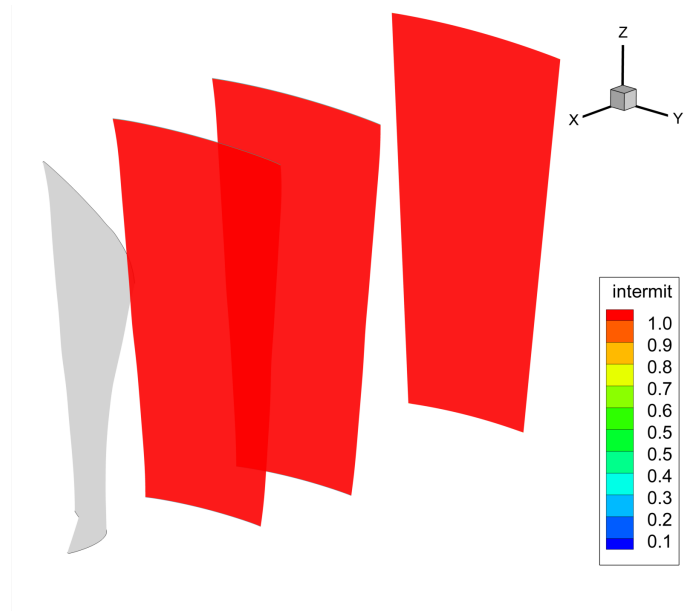


FIGURE 3.15 – Rotor37 - Isocontours de l'intermittence γ dans le canal amont

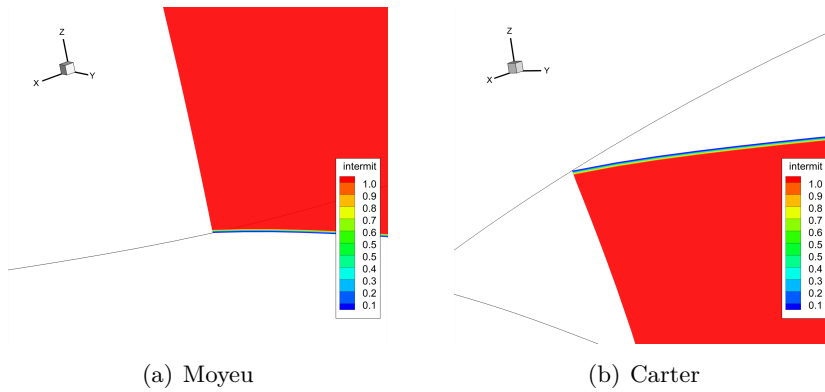


FIGURE 3.16 – Isocontours de l'intermittence γ dans le canal amont - Zoom au moyeu et au carter

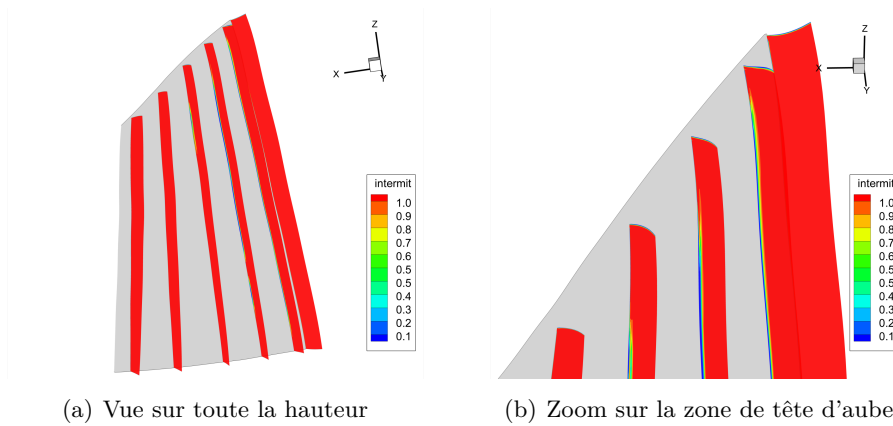


FIGURE 3.17 – Rotor37 - Isocontours de l'intermittence γ du côté de l'extrados de l'aubage

3.3. Premiers résultats de validation

En ce qui concerne les isocontours pour le scalaire $\overline{Re_\theta}$ les valeurs sont conformes à la théorie comme l'indique la figure 3.18

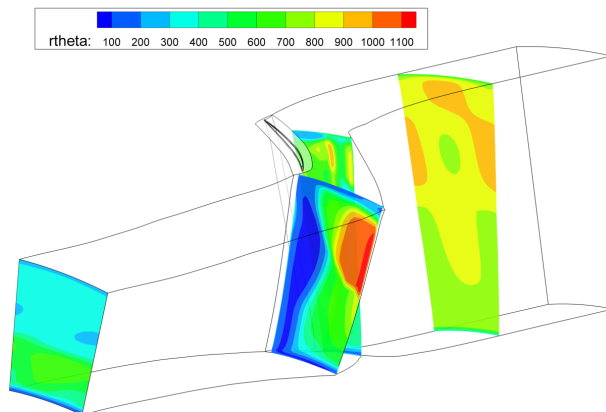


FIGURE 3.18 – Rotor37 - Isocontours dans plusieurs plans de la variable $\overline{Re_\theta}$

Les différents éléments d'analyse présentés jusqu'à présent permettent de valider le développement du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ de Menter dans le code *elsA* et son application pour la simulation stationnaire d'écoulements tridimensionnels. Afin d'approfondir cette validation une nouvelle simulation est entreprise en modifiant le schéma de Jameson par le schéma de Roe. Le limiteur choisi pour la simulation avec le schéma de Roe est le limiteur de "Van Albada" (cf. Annexe B).

La bonne prise en compte de la transition laminaire-turbulent et la concordance des résultats entre les simulations réalisées avec les schémas de Roe et de Jameson est mise en évidence en comparant les isocontours d'énergie cinétique de turbulence k à mi-hauteur de veine (cf. figure 3.19).

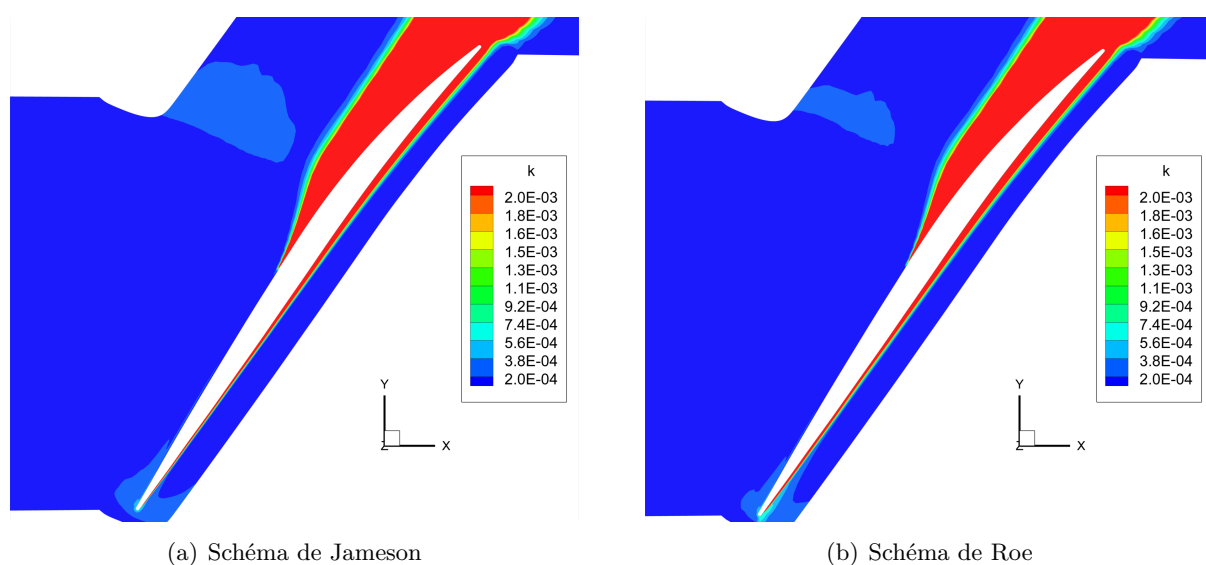


FIGURE 3.19 – Comparaison des isocontours de l'énergie cinétique de turbulence k à mi-hauteur de veine pour les schémas de Roe et de Jameson

Pour la seconde variable du modèle de transition, $\overline{Re_\theta}$, on observe également une très bonne concordance des isocontours entre les simulations avec les schémas de Jameson et de Roe comme le suggère la figure 3.20

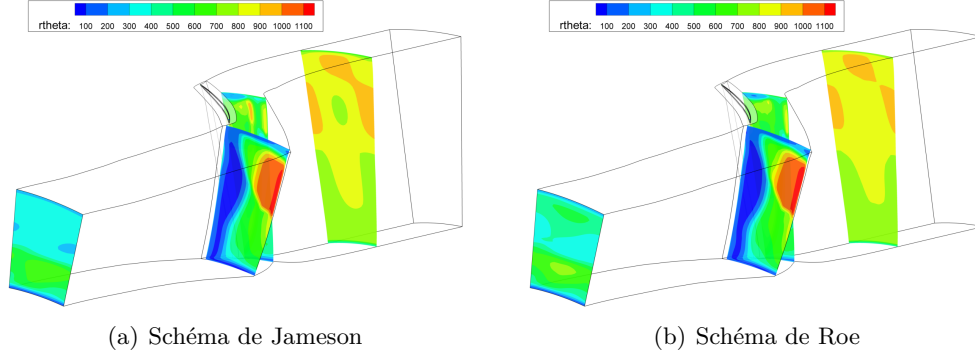


FIGURE 3.20 – Rotor37 - Comparaison des isocontours de $\overline{Re_\theta}$ pour les schémas de Roe et de Jameson

Les résultats obtenus pour cette première simulation tridimensionnelle indiquent que la physique est correctement capturée et qu'il est à ce stade possible d'envisager des simulations de ce type pour la suite de l'étude que ce soit avec le schéma de Roe ou de Jameson. Cette première simulation permet donc de valider d'ores et déjà l'utilisation du modèle de transition.

3.3.2 Prédiction de la transition sur la grille ISO

La grille ISO est une grille expérimentale de compresseur fortement chargé testée à l'ONERA par Déleroy et Meauzé au début des années 2000 dans une configuration de stator [121]. Cet aubage de compresseur est qualifié de fortement chargé car la déviation est de 34° pour un nombre de Mach amont de 0,7. Une vue du montage expérimental est donnée sur la figure 3.21.

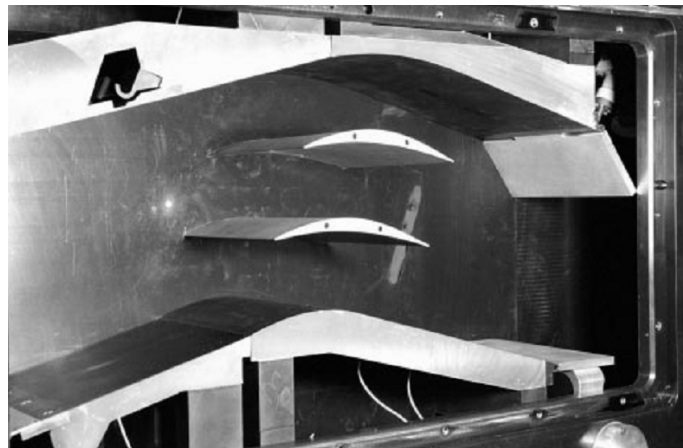


FIGURE 3.21 – Grille ISO - Vue du montage expérimentale, Déleroy et Meauzé [121]

Déleroy et Meauzé [121] ont testé plusieurs conditions d'écoulement à travers la grille d'aubes. En fonction des conditions d'écoulement, un choc apparaît dans la grille. Ce cas test a déjà été étudié dans le cadre de la prédiction de la transition laminaire-turbulent en turbomachine puisqu'il

3.3. Premiers résultats de validation

présente un intérêt particulier : sous certaines conditions d'écoulement un bulbe de décollement apparaît sur l'extrados déclenchant la transition. La présence de ce bulbe de décollement a été mise en évidence expérimentalement par Déleroy et Meauzé [121] car les auteurs avaient recouvert l'extrados de l'aubage d'un enduit ce qui a permis de visualiser les lignes de frottement pariétal et d'identifier le bulbe. Ces lignes de frottement pariétal obtenues expérimentalement sont visibles par la figure 3.22.

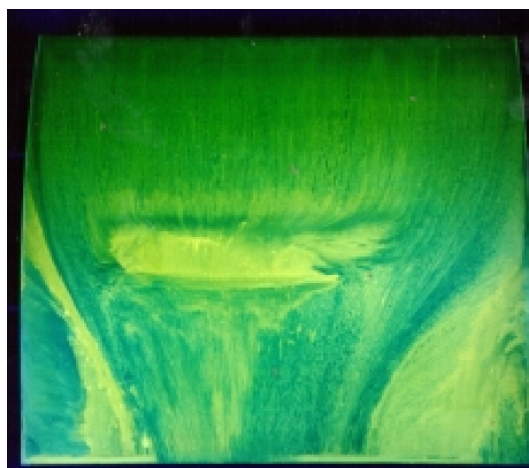


FIGURE 3.22 – Grille ISO - Mise en évidence de la présence d'un bulbe de décollement par visualisation expérimentale des lignes de frottement à la paroi sur l'extrados, Déleroy et Meauzé [121]

Les conditions d'essais simulées sont décrites dans le tableau 3.4. Elles correspondent aux conditions expérimentales pour lesquelles un bulbe de décollement apparaît sur l'extrados.

Déviatiion	34 °
Corde	0,2 m
Pression totale amont	45 000 Pa
Température totale amont	320 K
Vitesse amont	454 m/s
Nombre de Reynolds= (corde x vitesse amont) / viscosité	1,05x10.6

TABLE 3.4 – Présentation des caractéristiques géométriques de la grille ISO ainsi que des conditions d'essais

Le maillage utilisé pour la simulation sous *elsA* est représenté sur les figures 3.23 et 3.24. Ce maillage ne couvre pas la totalité de la hauteur de l'aubage mais seulement 50% de la hauteur. A mi-hauteur une condition de symétrie est imposée. La hauteur de la première maille à la paroi est de $1.10^{-6}m$ ce qui permet d'obtenir des valeurs de y^+ inférieures à 1.0.

Pour cette simulation, le schéma de Jameson est employé. Des paramètres identiques à ceux utilisés pour la simulation du Rotor 37 sont employés (cf. page 62). Le taux de turbulence à l'amont est fixé à 0,8% en accord avec les mesures de Déleroy et Meauzé [121], le nombre de Reynolds turbulent est quant à lui fixé à 5. Deux simulations sont effectuées : une simulation en ne tenant pas compte de la transition laminaire-turbulent et une simulation en faisant appel au modèle de transition. La figure 3.25 présente les isocontours de nombre de Mach à mi-hauteur de veine pour le cas de la simulation avec le modèle de transition, les isocontours obtenus pour la simulation tout turbulent étant sensiblement identiques. Dans la zone d'accélération

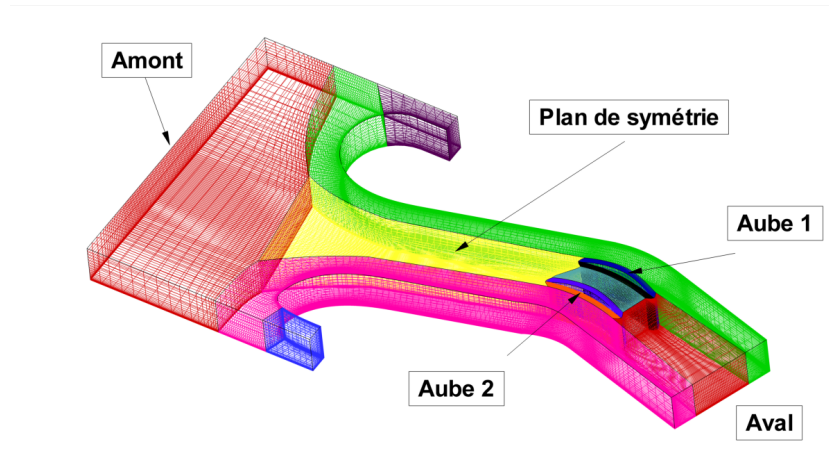


FIGURE 3.23 – Grille ISO - Vue du maillage

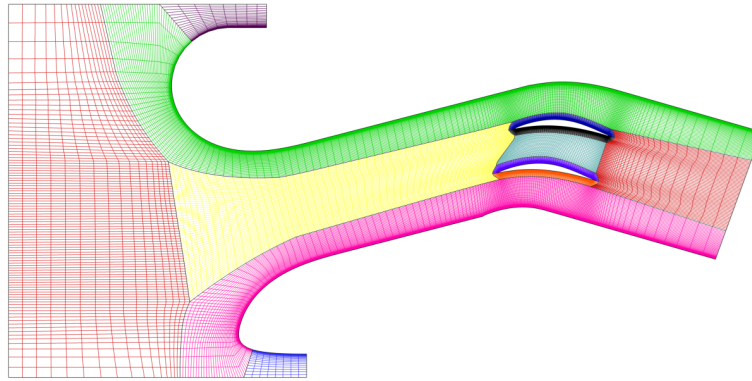


FIGURE 3.24 – Grille ISO - Vue d'une coupe du maillage à hauteur constante

de l'écoulement sur l'extrados le nombre de Mach atteint une valeur maximale proche de 0,9 ce qui est en bon accord avec les mesures de Déleroy et Meauzé [121]. Il n'y a pas de choc qui apparaisse au niveau de la grille. L'écoulement le long des deux aubages est quasi identique.

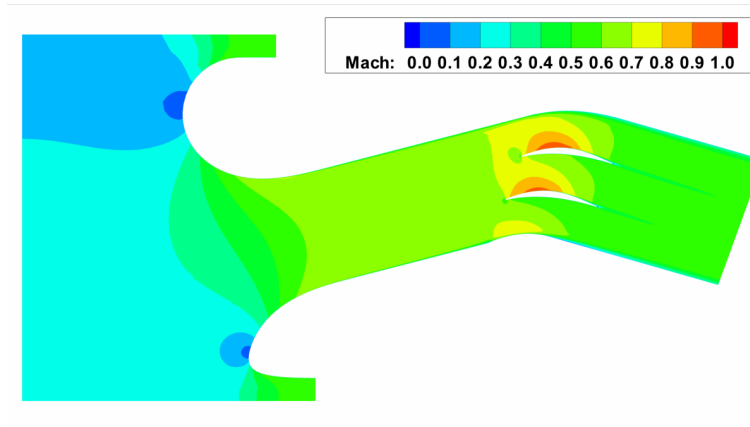


FIGURE 3.25 – Grille ISO - Isocontours des nombres de Mach à mi-hauteur de veine

3.3. Premiers résultats de validation

Les lignes de frottement à la paroi superposées aux isocontours de coefficient de frottement sont visibles sur la figure 3.26 pour les deux simulations numériques. La simulation tout turbulent ne prévoit pas de bulbe de décollement. La couche limite, modélisée comme turbulente dès le bord d'attaque, résiste au gradient adverse de pression ce qui est en désaccord avec l'expérience. A l'opposé, lorsque le modèle de transition est employé, la présence du bulbe de décollement est correctement prévue comme le suggère les lignes de frottement à la paroi. Pour les deux simulations le décollement de coin est bien capturé.

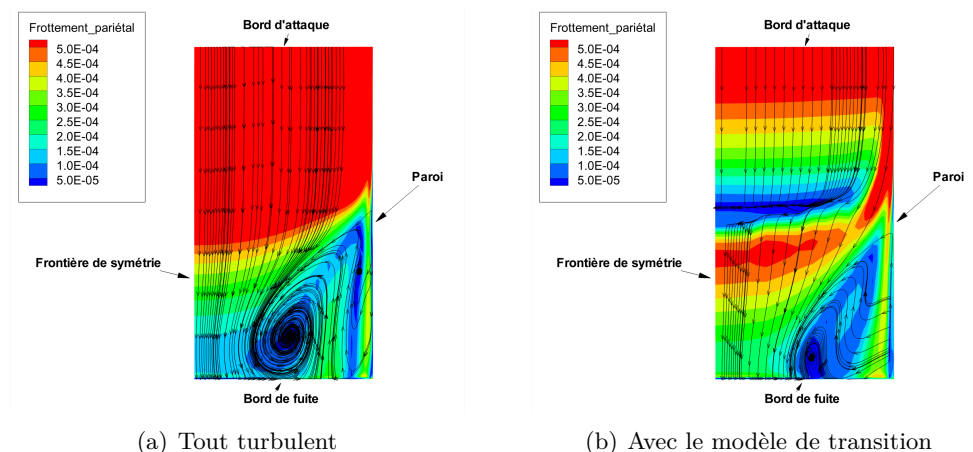


FIGURE 3.26 – Grille ISO - Lignes de frottement à la paroi sur l'extrados

3.3.3 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre il a été abordé des premières simulations numériques à l'aide du code *elsA* et du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$. Ces simulations ont permis de démontrer que le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ est pleinement compatible avec les pratiques modernes de simulations RANS en turbomachines et que l'on peut espérer appliquer ce modèle pour la prise en compte automatique de la transition. Toutefois, à ce stade, uniquement l'usage fonctionnel du modèle a été validé et l'analyse reste qualitative. Dans le prochain chapitre, le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ est employé dans le cadre d'applications en aérothermique. Pour ces nouveaux cas, les résultats issus des simulations numériques seront comparés à des données expérimentales ce qui va permettre d'analyser de manière fine la qualité de la prévision de la transition par ce modèle.

Prévision de la transition pour des applications en aérothermique

Ce chapitre est dédié à l'analyse de la prévision de la transition laminaire-turbulent à l'aide du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ dans le cadre d'applications en aérothermique. A ce titre, la confrontation entre résultats issus de simulations numériques et les données expérimentales est effectuée pour deux cas d'étude : dans un premier temps le cas du stator LS89 en considérant un écoulement stationnaire bidimensionnel puis dans un second temps le cas d'étage de turbine haute pression CT3 à travers des simulations instationnaires tridimensionnelles. Pour ces deux cas, une étude de la sensibilité aux schémas numériques est réalisée. Enfin, différentes conditions d'écoulements sont explorées.

4.1 Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

4.1.1 Description du cas test

La grille d'aubes LS89 est une grille expérimentale étudiée au début des années 1990 au Von Karman Institute par Arts et al. [38]. Elle est constituée de quatre aubes identiques de stator (l'aube LS89) placées les unes à côté des autres. L'aube LS89 est représentative des aubes de distributeur de turbine haute pression, première rangée d'aubes située juste à l'aval de la chambre de combustion. La figure 4.1 tirée de Arts et al. [38] représente le profil de l'aube LS89. L'aube

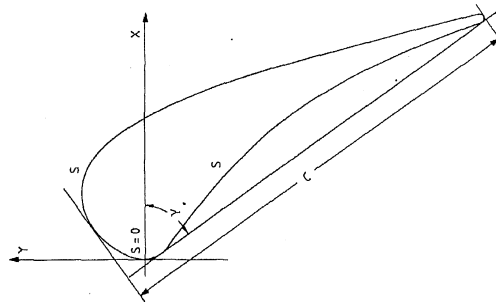


FIGURE 4.1 – LS89 - Profil de l'aubage, Arts et al. [38]

présente le même profil sur toute la hauteur avec un empilement régulier de sorte que tous les bords d'attaque et de fuite sont alignés suivant la hauteur. Les caractéristiques principales de la grille expérimentale sont données dans le tableau 4.1. Plusieurs conditions d'écoulements ont été étudiées par Arts et al. [38] pour permettre une description du phénomène de transition laminaire-turbulent à différents taux de turbulence et différents nombres de Reynolds. Des mesures de pression totale et statique, de température totale ainsi que de taux de turbulence ont été réalisées à une distance de 55mm en amont du bord d'attaque. Ceci permet de connaître les caractéristiques en amont de l'écoulement. Une aube a été instrumentée pour permettre de

mesurer les distributions de pression statique et de coefficient d change de chaleur sur l'aube. A une distance axiale de 16mm en aval du bord de fuite les nombres de Mach ont été mesurés sur deux pas inter-aubes.

Dans le cadre de notre étude, les profils expérimentaux de coefficient d change de chaleur sur l'aubage fournis par Arts et al. [38] sont de première utilité car ils permettent dévaluer si la position de la transition est correctement prévue par la simulation numérique.

Parmi les nombreuses conditions d'écoulement étudiées par Art et al. [38] quatre ont été s lec-

corde	67,65 mm
distance inter-aube ou pitch	57,50 mm
calage par rapport à l'axe horizontal	55,0 à
angle d'attaque de l'écoulement	0 à

TABLE 4.1 – LS89 - Caractéristiques géométriques de l'aubage

tionn es afin d'étudier la transition laminaire-turbulent comprenant deux taux de turbulence et deux nombres de Reynolds. Les quatre conditions d'écoulement choisies correspondent aux cas MUR116, 241, 235 et 129 de Art et al. [38] et résumées dans le tableau 4.2. Notons que, dans la littérature, ces cas sont les plus souvent étudiés lorsque l'on s'intéresse à la configuration LS89 notamment le cas MUR241.

	Pression totale amont (bars)	Température totale amont (K)	Tu amont (%)	$M_{2,is}$	$Re_{2,is}$
MUR129	1,849	409,2	1	0,840	$1,09.10^6$
MUR116	3,260	418,9	1	1,09	$2,11.10^6$
MUR235	1,828	413,3	6	0,927	$1,08.10^6$
MUR241	3,269	418,9	6	1,09	$2,11.10^6$

TABLE 4.2 – LS89 - Description des différentes conditions d'écoulement étudiées

4.1.2 Description du maillage, des conditions aux limites et des choix de paramètres numériques

La configuration expérimentale LS89 étant une grille d'aubes présentant un profil identique suivant la hauteur, il est permis d'employer un maillage bidimensionnel. La figure 4.2 fournit une vue du maillage utilisé pour la présente étude. Les caractéristiques du maillage retranscrites dans le tableau 4.3. La hauteur de la première maille à la paroi est de $5.10^{-7}m$ ce qui permet d'obtenir des valeurs de $y^+ < 1.0$, un impératif selon Menter et Langtry pour correctement prévoir la transition avec le modèle $\gamma - \overline{Re}_\theta$.

Les frontières haute et basse du maillage sont renseignées comme des frontières périodiques. En sortie, la pression statique est imposée et adaptée pour chaque cas d'étude de manière à reproduire les conditions expérimentales d'Arts et al. Le plan d'entrée est spécifié comme une frontière d'injection subsonique avec imposition de la pression totale, de la température totale, de l'angle de l'écoulement, de l'énergie cinétique de turbulence k , du taux spécifique de dissipation de la turbulence ω et des scalaires γ et \overline{Re}_θ du modèle de transition. Les conditions thermodynamiques imposées dans le plan d'injection sont tirées des données expérimentales. Les conditions d'injection de la turbulence sont connues pour le taux de turbulence d'après les

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

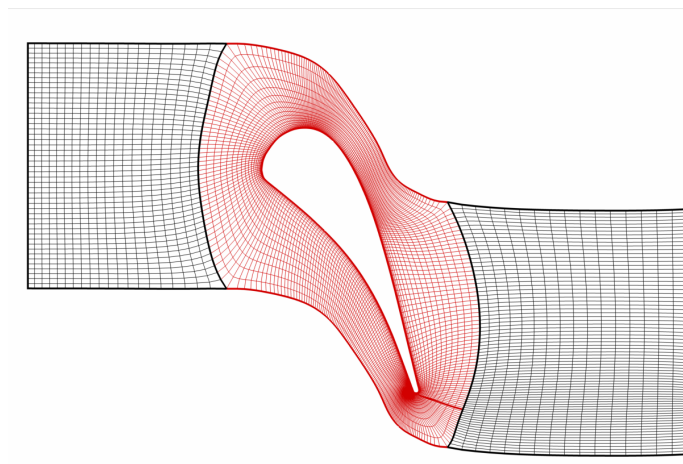


FIGURE 4.2 – LS89 - Vue du maillage

Bloc	Ni	Nj
H-amont	21	49
O	389	35
H-aval	17	77

TABLE 4.3 – LS89 - Caractéristiques du maillage

mesures de Arts et al. [38] mais restent à déterminer pour la seconde variable de turbulence ω . La pratique standard dans le cadre de simulation RANS consiste à imposer des valeurs de ω importantes (c'est à dire un ratio entre les viscosités de turbulence et cinématique μ_t/μ faible) pour de faibles taux de turbulence et à imposer l'inverse pour de forts taux de turbulence. Bien qu'il n'y ait pas de valeurs tabulées et d'études approfondies sur le sujet hormis les travaux récents de Spalart [122], il est d'usage de considérer un rapport de viscosités μ_t/μ entre 1 et 10 pour des taux de turbulence de l'ordre de l'unité et un rapport de viscosités μ_t/μ de plusieurs dizaines à la centaine pour un taux de turbulence d'environ 5%. Smirnov et al. [111] qui appliquent le modèle de transition à la prévision des flux de chaleur à la paroi pour la grille d'aube LS89 semblent confirmer dans leur travaux que cette pratique est correcte mais ajoutent qu'il faut également tenir compte du nombre de Reynolds : pour un taux de turbulence donné, plus le nombre de Reynolds est faible plus le rapport de viscosités amont doit être faible. Pour la présente étude, les valeurs choisies sont données dans le tableau 4.4. Ces choix ont été réalisés pour être comparables dans un premier temps avec les valeurs présentées par Smirnov et al. [111]. La sensibilité des prévisions aux valeurs de μ_t/μ imposées en entrée de domaine de calcul est analysée dans un prochain paragraphe.

	MUR116	MUR129	MUR235	MUR241
μ_t/μ	5	10	50	100

TABLE 4.4 – LS89 - Conditions aux limites pour la seconde variable de turbulence en entrée du domaine de calcul

A la paroi sur l'aube une condition de paroi isotherme est imposée. La température de paroi est de 301K en accord avec les mesures de Arts et al. [38]. Dans un premier temps, le schéma de Jameson est employé et les coefficients numériques associés à ce schéma fixés ainsi :

$k_2 = 0.5$ et $k_4 = 0.016$. Le nombre de CFL , fix   à 1.0 au lancement de la simulation, augmente progressivement lors des 200 premières itérations pour atteindre une valeur de 10.0 à l'itération courante 200. Par la suite, le nombre de CFL conserve une valeur de 10. Le nombre d'itérations réalisées pour une simulation est de 10000. Ceci n'est pas contraignant en terme de temps CPU pour cette configuration bidimensionnelle et permet de s'assurer que la convergence est atteinte comme on peut l'observer sur la figure 4.3.

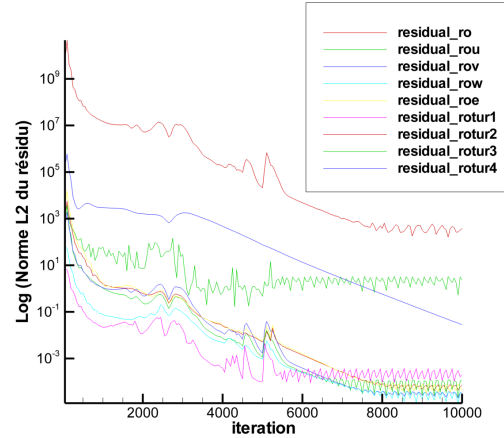


FIGURE 4.3 – LS89 - Evolution des résidus

4.1.3 Analyse des premiers résultats

La figure 4.4 reflétant les valeurs de y^+   la paroi permet de conforter le choix de la hauteur de première maille puisque, après réalisation de la simulation, les valeurs de y^+ obtenues sont inférieures à 1.0 excepté au bord de fuite.

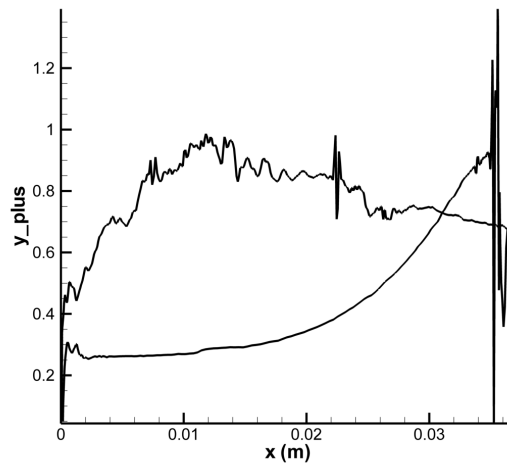


FIGURE 4.4 – LS89 - Valeurs de y^+   la paroi le long de l'aubage

L'évolution suivant l'abscisse curviligne S du nombre de Mach est affichée sur la figure 4.5. L'intrados est représenté par les valeurs négatives d'abscisse curviligne, l'extrados par les valeurs positives, le bord d'attaque géométrique se situe à l'abscisse $S = 0$. On distingue sur la

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

figure trois courbes, en vert rouge et noir, représentant respectivement les distributions obtenues numériquement pour les cas étudiées (cf. le tableau 4.2). Il est également représenté pour un nombre de Mach de sortie de 0,84 des mesures. Pour les cas MUR116 et MUR241 pour lesquels le nombre de Mach de sortie est de 1,09 un choc apparaît au bord de fuite de l'aube. Ce choc vient impacter l'extrados de l'aube adjacente à l'abscisse $S = 40 \text{ mm}$. Le long de l'intrados l'écoulement est uniquement accéléré. Pour les cas MUR235 et MUR129 correspondant respectivement à des nombres de Mach de sortie de 0,92 et 0,84 il n'y a pas de choc au bord de fuite, l'écoulement est transsonique au bord de fuite. Cependant pour le cas MUR235 l'écoulement est supersonique sur une zone de l'extrados. Enfin, on constate qu'il y a un bon accord entre les résultats numériques et l'expérience lorsque le nombre de Mach de sortie est de 0,84, seul nombre de Mach de sortie pour lequel des mesures sont disponibles.

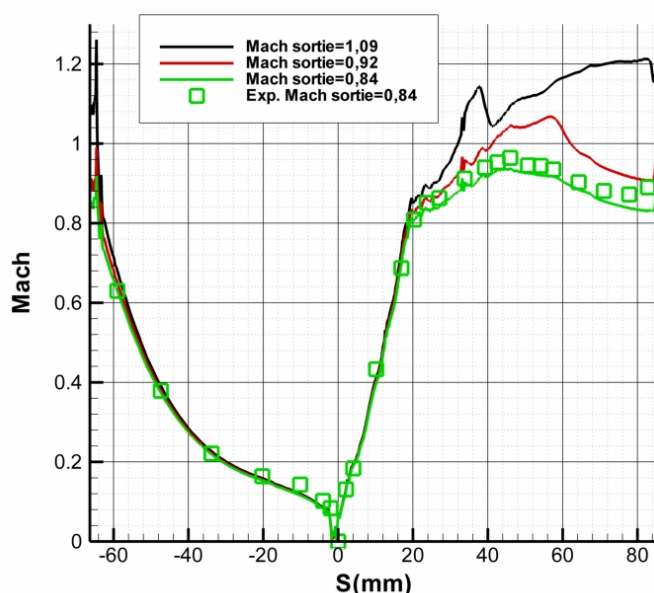


FIGURE 4.5 – LS89 - Evolution du nombre de Mach en fonction de l'abscisse curviligne S

Les isocontours de nombre Mach pour les cas MUR241 et MUR116 figurant sur la figure 4.6 mettent en avant la présence du choc au bord de fuite. Toutefois, l'impact sur l'extrados de l'aube adjacente est moins marqué. Les isocontours de nombre de Mach pour les cas MUR235 et MUR129 représentés sur les figures 4.7 et 4.8 confirment que l'écoulement est transsonique au bord de fuite.

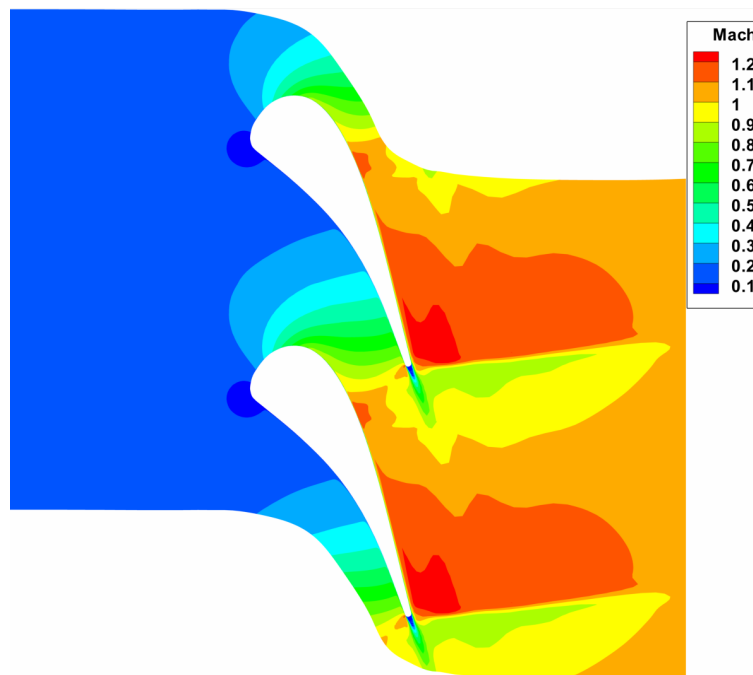


FIGURE 4.6 – LS89 - MUR241 et MUR116 - Isocontours du nombre de Mach

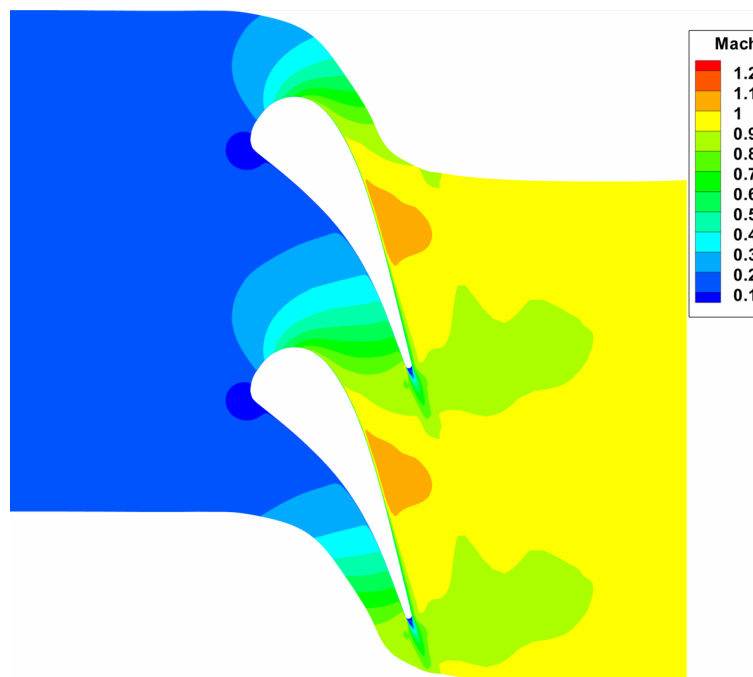


FIGURE 4.7 – LS89 - MUR 235 - Isocontours du nombre de Mach

MUR116

La figure 4.9 expose l'évolution le long de l'abscisse curviligne S du coefficient d'échange de chaleur H . Les mesures expérimentales sont également représentées. Comme pour l'évolution du nombre de Mach sur les figures précédentes, l'intrados est ici représenté par les valeurs négatives d'abscisse curviligne, l'extrados par les valeurs positives et le bord d'attaque géométrique est

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

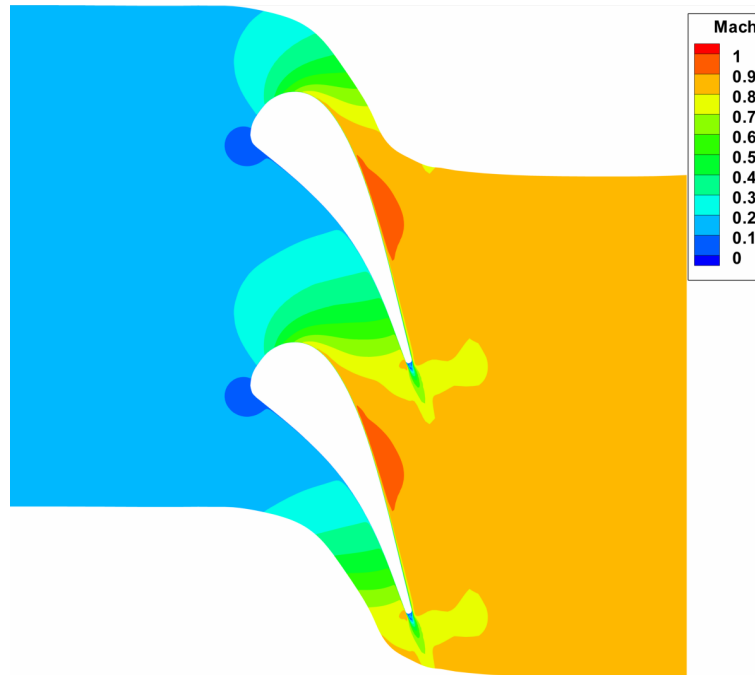


FIGURE 4.8 – LS89 - MUR 129 - Isocontours du nombre de Mach

situé à l'abscisse $S = 0$. Il a également été réalisé des simulations turbulentes et laminaires.

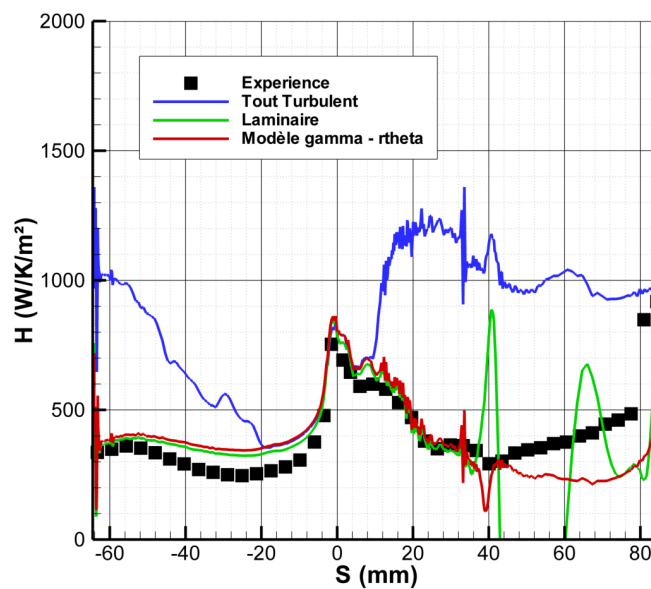


FIGURE 4.9 – LS89 - MUR116 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur à la paroi H en fonction de l'abscisse curviligne

L'analyse des données expérimentales semble indiquer que la couche limite reste laminaire le long de l'intrados car les niveaux d'échanges de chaleur diminuent le long de l'intrados en partant du bord d'attaque, restent relativement bas, et il n'est observé aucune augmentation

brutale des échanges de chaleur qui permettrait d'identifier la transition laminaire-turbulent. Sur l'extrados la couche limite demeure laminaire jusqu'à la position $S = 40 \text{ mm}$ puis tend lentement vers l'état turbulent qui est atteint à $S = 80 \text{ mm}$ soit quasiment au bord de fuite. La simulation tout turbulent pour laquelle la couche limite est modélisée comme turbulente dès le bord d'attaque conduit à une surestimation des échanges de chaleur à la paroi quasiment dès le bord d'attaque du côté de l'extrados et à partir de $S = -20 \text{ mm}$ du côté de l'intrados. L'approche tout turbulent semble donc ne pas être recommandée pour traiter le cas MUR116. L'approche tout laminaire permet de bien prévoir les flux de chaleur sur l'intrados. Sur l'extrados les flux de chaleur le long de l'aubage sont bien prévus jusqu'à la position $S = 40 \text{ mm}$ où le choc de bord de fuite de l'aube adjacente impacte l'extrados. Au delà de cette position la transition et la production de turbulence ne peuvent être capturée par un modèle tout laminaire.

L'emploi du modèle de transition mène à des résultats pertinents. Sur l'intrados les prévisions sont similaires à celle de l'approche tout laminaire, la nature de la couche limite est convenablement prévue. Sur l'extrados, jusqu'au point d'impact du choc de bord de fuite de l'aube adjacente en $S = 40 \text{ mm}$, la couche limite reste laminaire et les prévisions sont en bon accord avec les mesures expérimentales. A l'aval de cette position, zone où l'approche tout laminaire échoue à prévoir l'évolution des flux de chaleur, l'emploi du modèle de transition permet d'améliorer les prévisions. Bien qu'il persiste des écarts par rapport aux mesures, la tendance expérimentale est relativement bien capturée. Pour ce premier cas test, il semble que la prise en compte de la transition laminaire turbulent à l'aide du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ permet un réel gain en terme de modélisation et de prévision des flux de chaleur pariétaux par rapport à l'approche tout turbulent classiquement employée.

MUR241

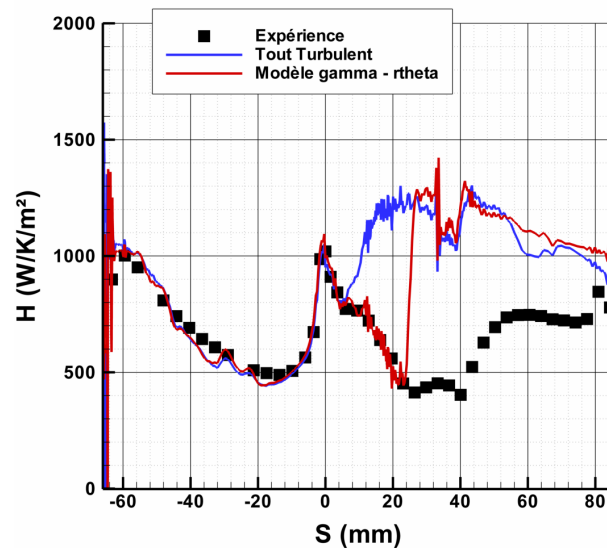


FIGURE 4.10 – LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur à la paroi H en fonction de l'abscisse curviligne

Le cas MUR241 se différencie du cas MUR116 uniquement par le taux de turbulence Tu qui est de 6%, ce qui peut être considéré comme un fort taux de turbulence. La comparaison

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

entre les estimations expérimentales et numériques des échanges de chaleur à la paroi est présentée sur la figure 4.10. Les mesures expérimentales indiquent que la couche limite est turbulente à l'intrados. A l'extrados les mesures révèlent les conclusions suivantes : la couche limite demeure dans un état laminaire du bord d'attaque jusqu'à la position $S = 20 \text{ mm}$ pour laquelle l'écoulement n'est plus fortement accéléré. En effet à cette position la distribution de nombre de Mach à la paroi représentée sur la figure 4.5 indique qu'il y a une cassure dans l'accélération de l'écoulement, l'accélération de l'écoulement devient moins importante. Arts et al. [38] localise l'entrée en transition à cette position bien qu'il n'y ai pas d'élévation brutale des niveaux de flux de chaleur, caractéristique de la transition de la couche limite. Arts et al. [38] attribue ce constat à l'effet stabilisant de l'accélération que subit tout de même l'écoulement juste à l'aval de cette position et qui vient contenir la production de turbulence. A l'aval de la position $S = 40 \text{ mm}$, c'est à dire en aval de l'impact du choc de l'aube adjacente, la production de turbulence devient bien marquée ce qui est visible aux niveaux de flux de chaleur à la paroi qui augmentent brutalement.

La simulation tout turbulent réussit à prévoir la nature turbulente de la couche limite le long de l'intrados. La prise en compte de la transition conduit au même constat : la nature turbulente de la couche limite le long de l'intrados est prévue de manière très satisfaisante. D'ailleurs les résultats numériques des deux simulations sont très proches. Sur l'extrados, l'approche tout turbulent échoue à prévoir la nature de la couche limite. Comme pour le cas MUR116 la couche limite est modélisée comme turbulente dès le bord d'attaque entraînant une large surestimation des flux de chaleur dans toute la zone laminaire. L'usage du modèle de transition permet de prévoir la zone laminaire qui s'étend du bord d'attaque jusqu'à la position $S = 20 \text{ mm}$. La position de la transition en simulation numérique, reconnaissable à l'augmentation brutale d'échange de chaleur à la paroi, est bien prévue cependant, la simulation numérique, ne prévoit pas correctement les flux de chaleur dans la zone située entre les positions $S = 20 \text{ mm}$ et $S = 40 \text{ mm}$. La production de turbulence est immédiate.

Les résultats numériques présentent une autre caractéristique : en aval du point de transition les niveaux d'échange de chaleur sont très supérieurs aux niveaux mesurés. Menter et Langtry [103] observent un comportement analogue qu'ils attribuent à des effets de nombre de Mach non pris en compte par le modèle de transition. Smirnov et al. [123], qui observent également ce comportement tentent, de le corriger en modérant l'intermittence dans cette zone mais échouent à corrélérer le modèle numérique et les mesures. De nombreux auteurs observent également ce comportement en traitant le cas MUR241.

MUR235

A l'intrados, les niveaux d'échanges de chaleur sont moins élevés pour le cas MUR235 que pour le cas MUR241 car le nombre de Reynolds est plus faible comme le démontre la figure 4.11. La simulation tout turbulent engendre une prévision des flux de chaleur non conforme aux mesures expérimentales : les niveaux d'échanges de chaleur sont fortement surestimés sur la seconde moitié de l'aube. De plus, la tendance expérimentale n'est pas capturée. Avec l'emploi du modèle de transition cette erreur est corrigée : tout le long de l'aube les niveaux prévus sont en bon accord avec les niveaux mesurés. Toutefois, la tendance expérimentale est mal prévue notamment dans la zone proche du bord de fuite.

Du côté de l'extrados, les résultats restent proches de ceux obtenus pour le cas MUR241 : la simulation tout turbulent mène à une forte surestimation des échanges de chaleur dès le bord d'attaque. La simulation avec la prise en compte de la transition prévoit une transition

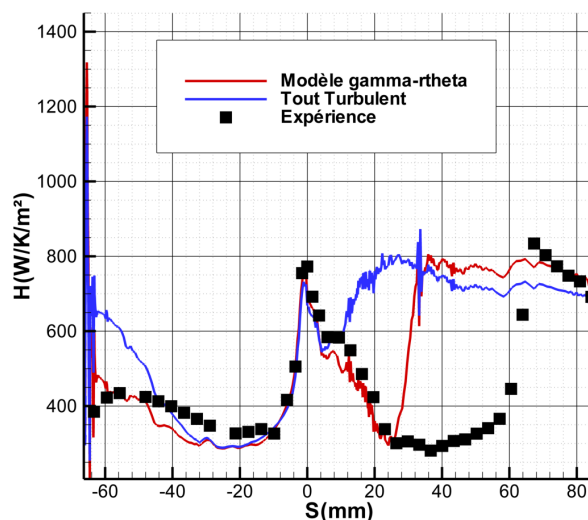


FIGURE 4.11 – LS89 - MUR235 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne

de l'état laminaire à l'état turbulent à la position $S = 20 \text{ mm}$, position où le fluide n'est plus fortement accéléré. On remarque également que les niveaux d'échange de chaleur prévus en aval du point de transition sont du même ordre de grandeur que les niveaux mesurés. Cependant la production de turbulence est ici aussi trop immédiate et non pas graduelle comme l'expérience tend à l'indiquer. En définitive, pour le cas MUR235 l'emploi du modèle de transition permet d'améliorer sensiblement les prévisions d'échanges de chaleur mais le déclenchement de la production de turbulence est beaucoup trop précoce.

MUR129

La figure 4.12 permet de visualiser les résultats numériques pour le cas MUR129 et de les comparer aux données expérimentales. Sur l'intrados, l'hypothèse d'une couche limite de nature turbulente, une fois de plus, mène à une sévère surestimation des flux de chaleur tandis que la prise en compte de la transition permet une estimation des flux de chaleur très satisfaisante. Les écarts entre résultats expérimentaux et numériques sont faibles. A l'extrados, l'apport de la prise en compte de la transition est remarquable : la position de la transition est prévue   la position $S = 60 \text{ mm}$ soit légèrement trop "tôt" mais jusqu'à cette position les niveaux d'échange de chaleur le long de l'aubage sont très bien estimés ce qui représente un gain conséquent par rapport à une approche tout turbulent. Au passage de l'état laminaire à l'état turbulent l'amplitude de l'élévation d'échanges de chaleur est bien prévue par la simulation numérique. Les prévisions d'échanges de chaleur pariétal obtenues pour le cas MUR129 confirment ceux obtenus pour le cas MUR116 et viennent donc conforter l'analyse effectuée précédemment : la prise en compte de la transition laminaire-turbulent à l'aide du modèle de Menter pour les cas à faible taux de turbulence permet de prévoir de manière relativement correcte la nature de la couche limite sur l'aubage et donc les niveaux d'échange de chaleur localement. Pour les cas à plus fort taux de turbulence, il y a un gain par rapport à l'approche tout turbulent mais les capacités à prévoir la nature de la couche limite reste limitées.

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

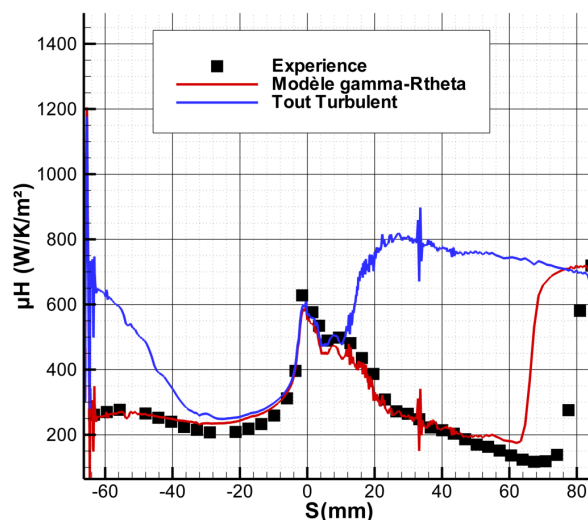


FIGURE 4.12 – LS89 - MUR129 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne

Dans les paragraphes suivants nous nous restreignons aux deux cas MUR241 et MUR116, les deux cas principalement traités dans la bibliographie et qui ont été analysés par Menter et Langry [103].

4.1.4 Comparaison à la modélisation par critères empiriques

Dans le paragraphe précédent, les simulations avec la modélisation de la transition étaient comparées aux simulations "tout turbulent". Il existe dans le code *elsA* une autre manière de prendre en compte le phénomène de transition laminaire turbulent : l'utilisation de critères empiriques et des lignes de maillage. Cette approche a été développée par Cliquet et al. [124]. Cette approche était l'unique modélisation de la transition avec le code *elsA* avant l'implémentation du modèle de transition γ et \overline{Re}_θ et fait office de pratique standard. L'évaluation du nouveau modèle de transition nécessite donc une comparaison de ces deux approches. A faible taux de turbulence, c'est à dire pour le cas MUR116, l'approche standard par critère de transition est employée à l'aide du critère de Mayle, critère de transition utilisé pour des faibles et modérés taux de turbulence ce qui correspond bien à ce cas. La figure 4.13 indique que sur l'intrados jusqu'à la position $S = -60 \text{ mm}$, soit proche du bord de fuite, les niveaux d'échanges de chaleur à la paroi sont bien prévus par les deux approches. Au delà de cette position la transition de la couche limite apparaît pour la modélisation par critère empirique ce qui n'est pas le cas expérimentalement. A l'inverse, les prévisions obtenues par le modèle à équations de transport restent conformes aux mesures expérimentales jusqu'au bord de fuite.

Sur l'extrados l'amélioration des prévisions en employant le modèle par équation de transport est nettement visible : à l'aide de critère empirique la transition est située à la position $S = 20 \text{ mm}$. Les échanges de chaleur sur la zone s'étendant des positions $S = 20 \text{ mm}$ à $S = 80 \text{ mm}$ où la couche limite est transitionnelle sont mal estimés. A l'inverse, la nouvelle approche par équations de transport permet de conserver des écarts relativement faibles vis à vis de l'expérience sur cette zone.

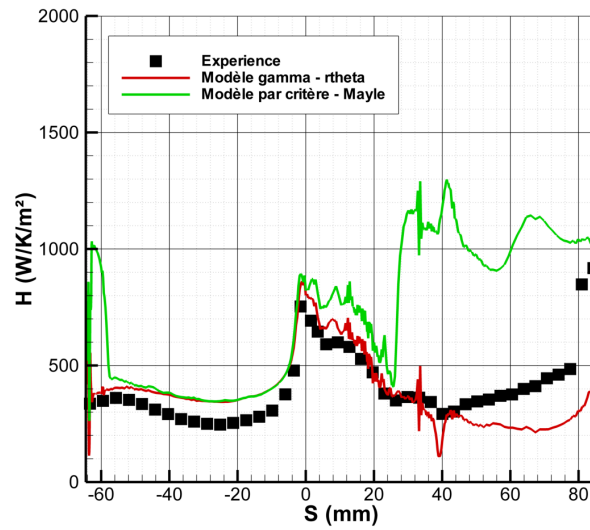


FIGURE 4.13 – LS89 - MUR116 - Evolution du coefficient d change de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre l'approche par critères et le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$

Le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ semble permettre une amélioration des prévisions d changes de chaleur à la paroi par rapport à la méthode actuelle dans le code *elsA* dans le cadre d coulements en turbomachine à taux de turbulence de l'ordre de 1%.

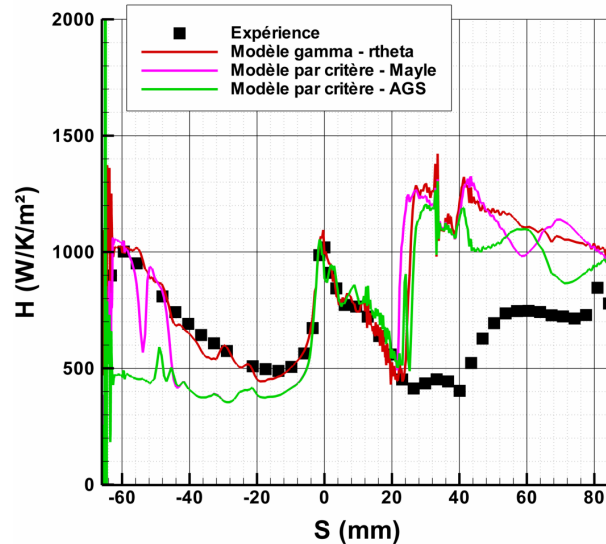


FIGURE 4.14 – LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d change de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre l'approche par critères et le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$

Les écarts de prévisions entre la méthode faisant appel aux critères de transition et le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sont moins importants pour le cas MUR241 comme l'indique la figure 4.14.

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

Pour ce cas à fort taux de turbulence, deux critères empiriques de transition ont été évalués par l'approche standard : les critères de Mayle et Abu Ghannam et Shaw (AGS). Du côté de l'intrados le critère AGS ne prévoit pas de transition, la couche limite restant dans un état laminaire. Le critère de Mayle prévoit une transition trop tardive sur ce côté de l'aubage. A l'extrados il n'apparaît pratiquement aucune différence entre les trois simulations : la transition est correctement située à la position $S = 20 \text{ mm}$ mais la production de turbulence est trop importante en comparaison à l'expérience.

En résumé, pour deux cas d'applications différents, à faible taux de turbulence (MUR116) et fort taux de turbulence (MUR241), la nouvelle approche par équations de transport améliore les prévisions de la nature de la couche limite par rapport à la méthode actuellement implémentée dans le code *elsA* basée sur des critères empiriques.

4.1.5 Influence des conditions d'entrée de la turbulence sur la prévision de la transition à fort taux de turbulence

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ semble estimer de manière satisfaisante la position de la transition à faible taux de turbulence mais, à fort taux de turbulence, les estimations sur l'extrados demeurent éloignées des mesures expérimentales. Il est reconnu qu'à fort taux de turbulence et, en particulier, pour les modèles de turbulence de type $k - \omega$, la décroissance de la turbulence entre le plan d'injection et l'aubage peut être surévaluée par la simulation numérique par rapport à la réalité et ainsi être source d'erreur pour la prévision de la transition (Spalart [122]). Cette déficience est souvent contournée en employant des fortes valeurs de nombre de Reynolds turbulent $Re_T = \mu_t/\mu$, c'est à dire des valeurs faibles pour ω le taux de dissipation de turbulence. Cependant ceci rend la simulation très dépendante aux valeurs imposées pour $Re_T = \mu_t/\mu$ en entrée de domaine.

Afin d'analyser l'influence de ce paramètre d'entrée sur la prévision de la transition laminaire-turbulent à fort taux de turbulence des simulations ont été menées pour le cas MUR241 à différents nombres de Reynolds turbulent. La figure 4.15 permet de comparer les distributions de flux de chaleur sur l'aubage obtenues pour différents nombres de Reynolds de turbulence Re_T . La diminution de la valeur initiale de 100 à 50 de ce paramètre entraîne un déplacement du point de production de turbulence sur l'extrados vers l'aval de sorte que l'augmentation brutale d'échange de chaleur dans la couche limite est à présent correctement prévue à l'abscisse $S = 40 \text{ mm}$. Sur l'intrados la diminution de moitié du nombre de Reynolds turbulent en entrée n'a pas de conséquences sur les prévisions. En diminuant encore de moitié le nombre de Reynolds turbulent des résultats similaires sont obtenus. Sur l'intrados la tendance expérimentale reste toujours correctement capturée. Pour la valeur minimum retenue, soit $Re_T = 10$, la tendance expérimentale n'est plus du tout capturée ni sur l'intrados ni sur l'extrados, l'écoulement étant laminaire jusqu'au bord de fuite.

Il semble que le paramètre d'entrée qu'est le nombre de Reynolds de turbulence Re_T a un impact majeur sur les prévisions. Employer une valeur trop "faible" ou une valeur trop "élevée" de ce paramètre peut donc perturber fortement la simulation. La règle de bonne pratique incitant à utiliser un nombre de Reynolds de turbulence de plusieurs dizaines pour des taux de turbulence supérieurs à 1% s'est révélée être vérifiée pour le cas présent.

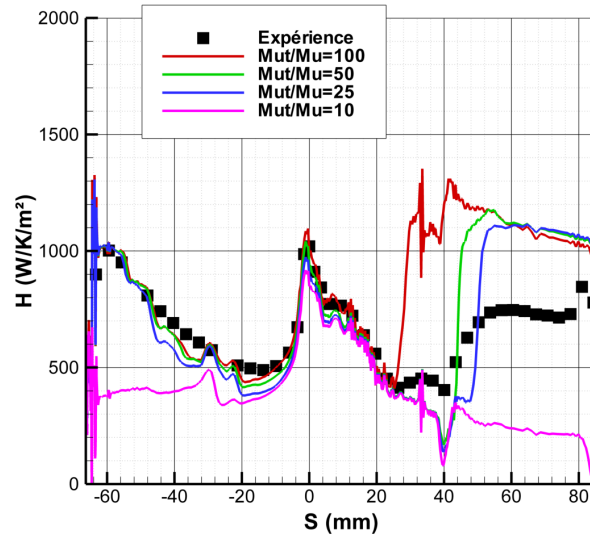


FIGURE 4.15 – LS89 - MU241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, influence du nombre de Reynolds de turbulence imposé en entrée

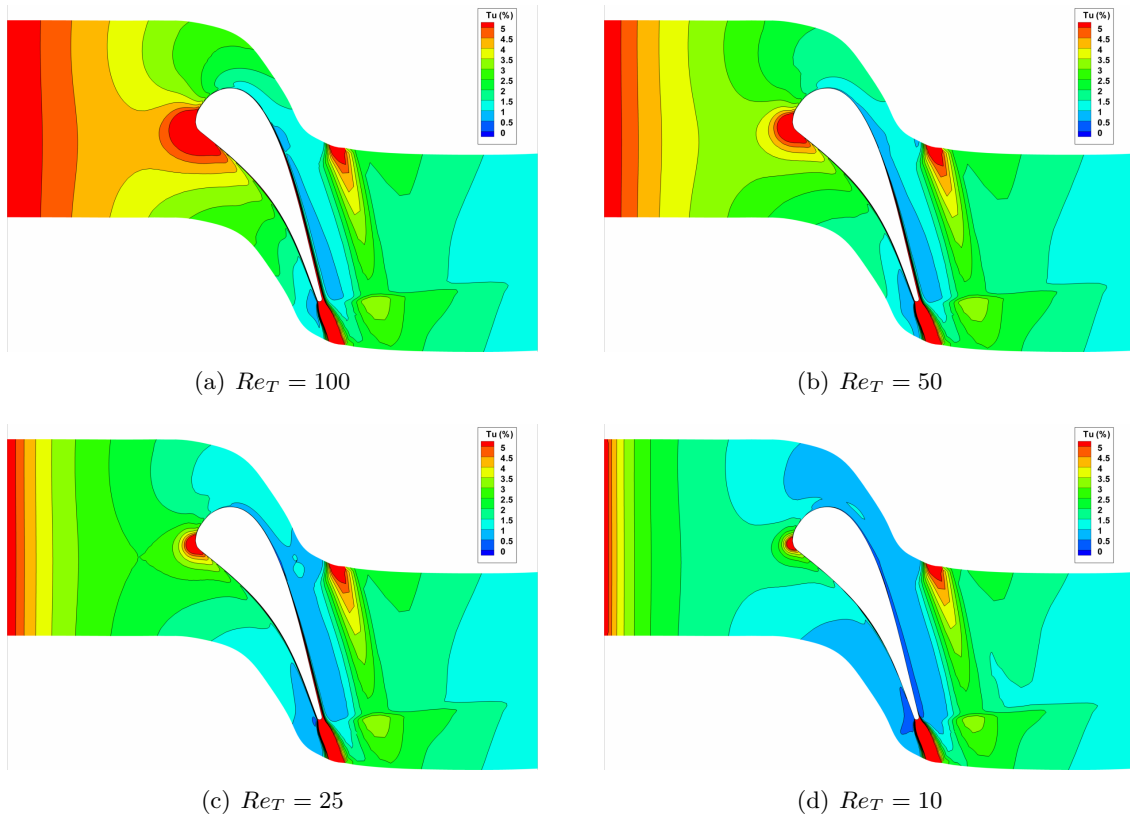


FIGURE 4.16 – LS89 - Isocontours du taux de turbulence Tu pour différents nombres de Reynolds de turbulence

Pour étudier plus en détails l'influence du nombre de Reynolds de turbulence sur la solution, les isocontours de taux de turbulence Tu sont visualisés (cf. figure 4.16).

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

L'influence du nombre de Reynolds de turbulence en entrée de domaine de calcul sur la diminution du taux de turbulence est visible sur la figure 4.16 . Ceci est particulièrement vrai du côté de l'intrados. Ces variations de taux de turbulence influencent directement les isocontours de $\overline{Re_\theta}$ car ce scalaire qui définit le point de transition est fonction du taux de turbulence. La figure 4.17 sur laquelle sont représentés les isocontours du scalaire $\overline{Re_\theta}$ permet d'illustrer ce point : pour un fort nombre de Reynolds de turbulence en entrée, les valeurs locales de $\overline{Re_\theta}$ deviennent plus faibles et entraînent une transition laminaire-turbulent précoce. On notera sur la 4.16 une zone de forte production de turbulence au bord d'attaque correspondant à la bien connue "anomalie du point d'arrêt" [125].

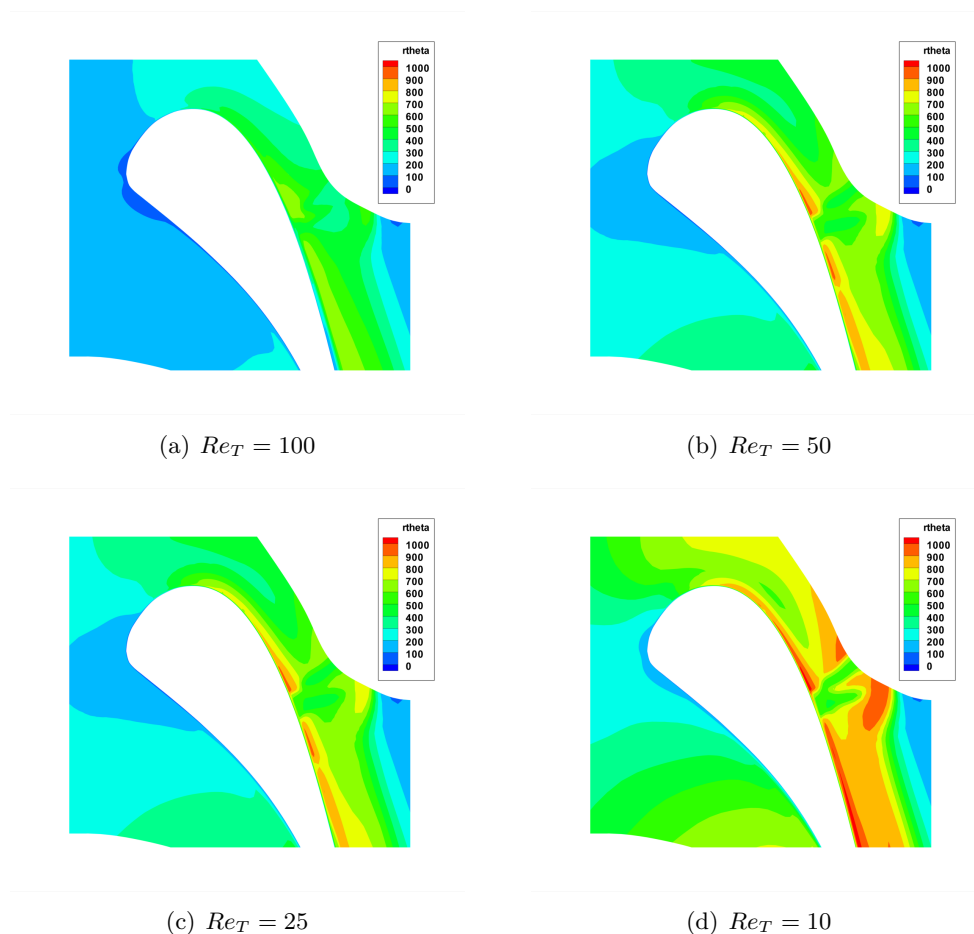


FIGURE 4.17 – LS89 - Isocontours de $\overline{Re_\theta}$ pour différents nombres de Reynolds de turbulence

La comparaison des isocontours d'énergie cinétique de turbulence k adimensionnée entre les cas où le nombre de Reynolds de turbulence en entrée est de 25 et de 10 (cf. figure 4.18) permet de vérifier qu'effectivement la transition ne se déclenche que dans le cas $Re_T = 25$ et pas dans le cas $Re_T = 10$.

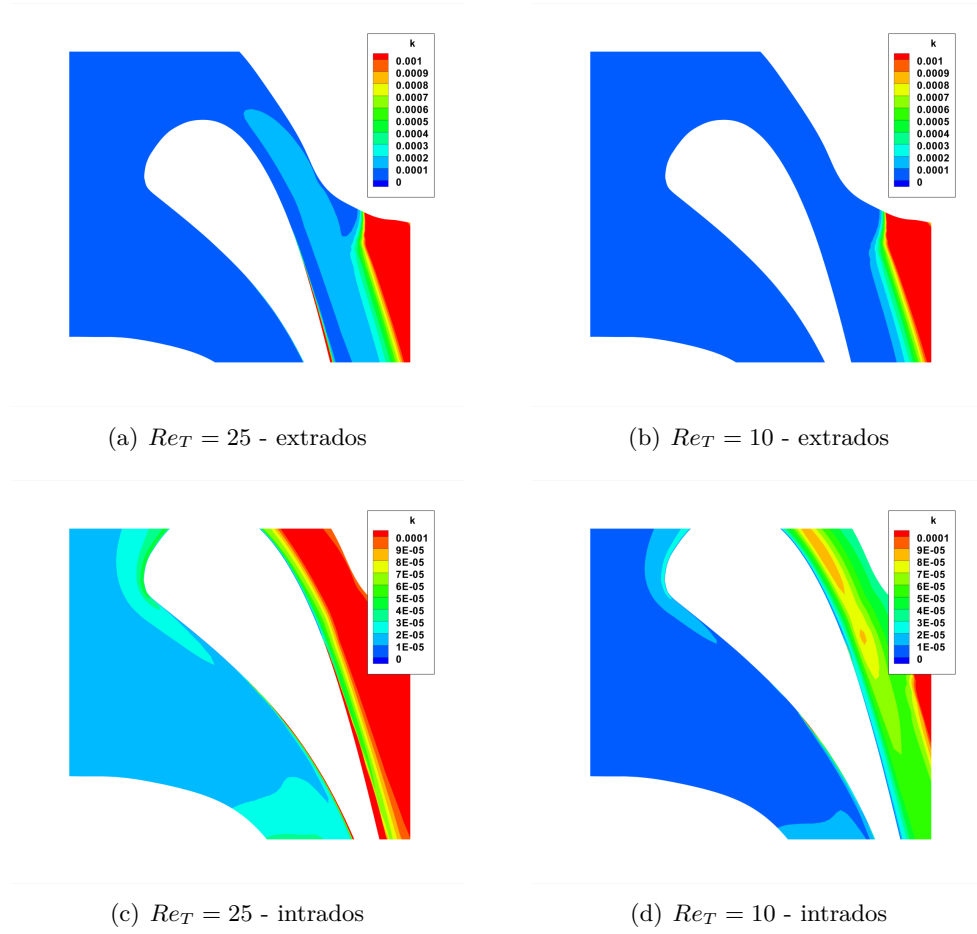


FIGURE 4.18 – LS89 - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence k adimensionnée pour différents nombres de Reynolds de turbulence

Le paramètre $Re_T = \frac{\mu_t}{\mu}$ semble donc "piloter" le point de transition en influençant fortement le taux de turbulence local. Il sera nécessaire dans le futur d'étudier plus en détails l'influence de ce paramètre sur différents cas documentés afin de dégager une règle de bonne pratique ou des recommandations aux utilisateurs de code RANS.

4.1.6 Influence du schéma de discrétisation des flux convectifs sur la prévision de la transition laminaire-turbulent

Jusqu'à présent seul le schéma centré de Jameson (cf. Annexe B) a été employé car c'est la pratique courante pour la simulation d'écoulement en turbomachine à l'aide du code *elsA*. Menter et Langtry [103] préconisent d'utiliser un schéma décentré. Il est reconnu que le passage d'un schéma numérique à un autre peut avoir un effet notable sur les résultats de simulation. Des simulations numériques ont été menées en remplaçant le schéma de Jameson par le schéma de Roe avec le limiteur de Van Albada afin d'étudier l'influence du schéma numérique sur la qualité des prévisions. Pour cette étude d'influence les simulations ont été limitées au cas MUR241, cas pour lequel les prévisions restaient à améliorer.

4.1. Etude stationnaire de la grille d'aube LS89

La figure 4.19 permet de comparer les distributions de coefficient de flux de chaleur en fonction de l'abscisse curviligne pour les simulations menées avec les schémas de Roe et de Jameson pour un même nombre de Reynolds de turbulence de 100. A iso conditions aux limites, le point où il y a une augmentation brutale des niveaux de chaleur est mieux prévu sur l'extrados en employant le schéma de Roe. La surestimation des échanges de chaleur en aval de ce point persiste lorsque le schéma de Roe est employé. Sur l'intrados, la tendance expérimentale demeure correctement capturée même si localement une "oscillation" apparaît à la position $S = -30 \text{ mm}$.

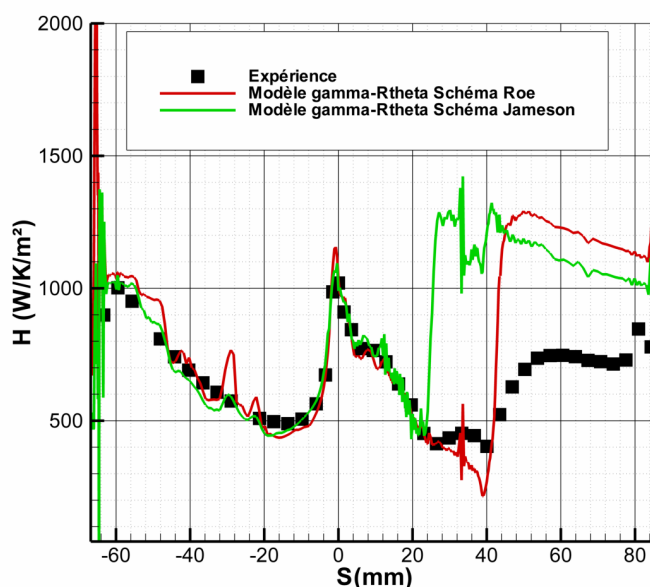


FIGURE 4.19 – LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échange de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, comparaison entre la simulation avec le schéma de Roe et la simulation avec le schéma de Jameson.

A l'aide du schéma de Roe, une nouvelle étude d'influence du nombre de Reynolds turbulent imposé en entrée est effectuée en considérant trois valeurs : $Re_T = 100, 50, 10$. Les résultats sont donnés sur la figure 4.20. Pour les simulations avec le schéma de Jameson, le passage d'un nombre de Reynolds turbulent de 100 à 50 avait permis de mieux estimer les flux de chaleur sur l'extrados (cf. figure 4.15). Avec le schéma de Roe, ceci n'est pas vérifié car, sur l'extrados et l'intrados, pour les nombres de Reynolds de turbulence $Re_T = 100$ et $Re_T = 50$ les simulations demeurent sensiblement les mêmes et de surcroit en bon accord avec l'expérience. En passant à un nombre de Reynolds de turbulence plus "faible", la couche limite est laminaire sur l'extrados comme pour la simulation à l'aide du schéma de Jameson. Du côté de l'intrados, même à "faible" nombre de Reynolds de turbulence, la couche limite demeure dans un état turbulent. Avec le schéma de Roe, pour le cas MUR241, les résultats semblent être moins sensibles aux valeurs imposées pour le nombre de Reynolds turbulent mais ceci mériterait d'être vérifié sur d'autres cas à l'avenir.

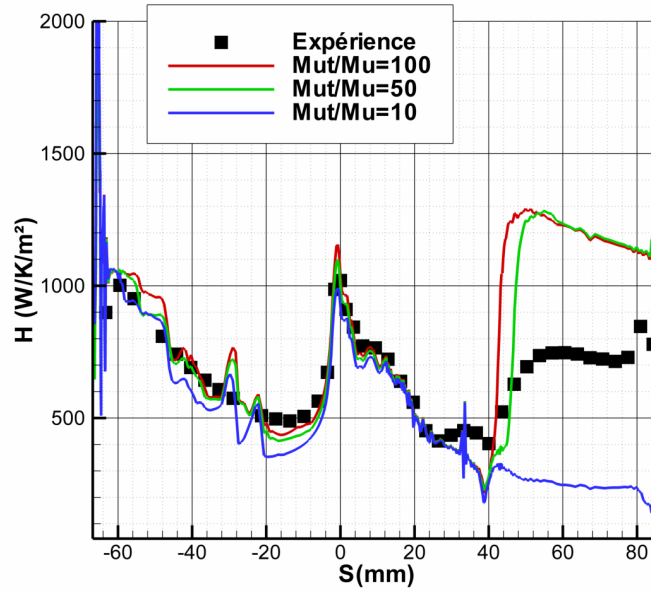


FIGURE 4.20 – LS89 - MUR241 - Evolution du coefficient d'échanges de chaleur H en fonction de l'abscisse curviligne, influence du nombre de Reynolds de turbulence pour les simulations avec le schéma de Roe.

4.1.7 Conclusion sur le cas de la grille d'aube LS89

Le cas LS89 a permis de dresser un premier bilan des capacités du modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ à prévoir la transition laminaire turbulent pour des applications en aérothermique. Par rapport à l'approche standard tout turbulent, le gain est remarquable en terme de prévision des flux de chaleur, en particulier à faible taux de turbulence. De plus, par rapport à l'approche par critères de transition existante dans le code *elsA*, il y a également un gain dans les prévisions de l'état de la couche limite avec le nouveau modèle à équations de transport. L'étude de l'influence du schéma numérique qui a été menée a mis en évidence que le schéma de Roe donnait des résultats au moins aussi corrects que ceux obtenus à l'aide du schéma de Jameson. La dépendance des prévisions aux conditions d'entrée de la turbulence a également été établie. Enfin, il ressort de cette étude que la prévision de l'état de la couche limite reste à améliorer pour les cas à fort taux de turbulence.

4.2 Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

4.2.1 Description du cas test

L'étage de turbine CT3 est un étage de turbine expérimentale étudié par Denos et al. [39] ainsi que Paniagua et al. [126]. L'étage de turbine CT3 est représentatif d'un étage de turbine haute pression moderne. La figure 4.21 représente une vue méridienne de l'étage de turbine dans son environnement. Le stator est situé entre les plans 1 et 2 tandis que le rotor est situé entre les plans 2 et 3. Le montage expérimental comprend une instrumentation au niveau des plans 1, 2 et 3 ainsi que sur les aubages. Des mesures de pression et de flux de chaleur sont prises le long de l'aube notamment à mi-hauteur. Les figures 4.22 et 4.23 permettent d'avoir un aperçu des aubages et de la répartition des mesures le long des profils à mi-hauteur de veine. Une description plus détaillée des aubages est fournie dans le tableau 4.5.

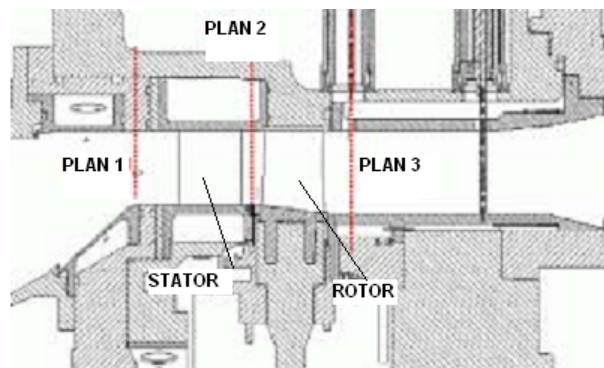
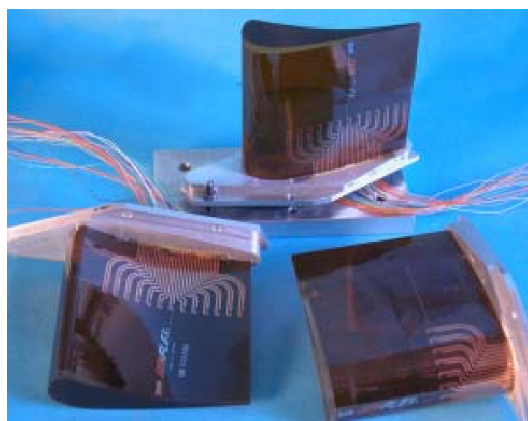
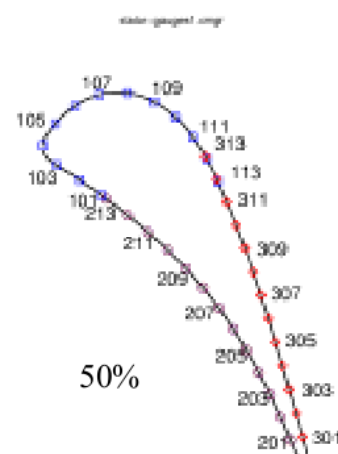


FIGURE 4.21 – CT3 - Vue méridienne du montage expérimental, Paniagua et al. [126]

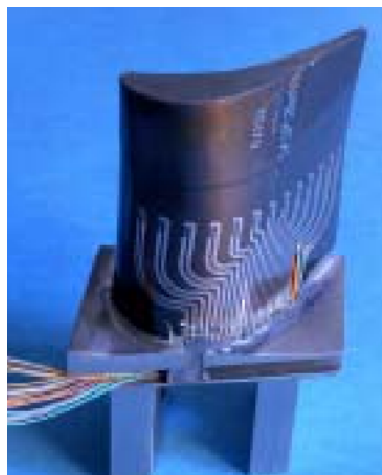


(a) Aubes de stator instrumentées

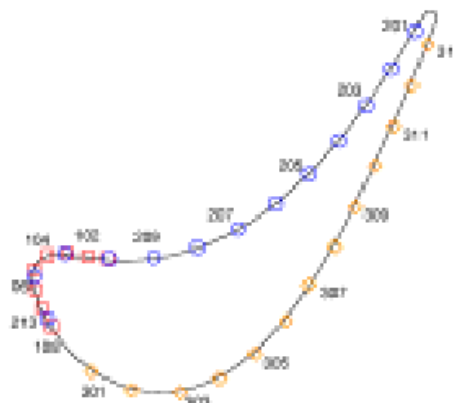


(b) Répartition des mesures sur l'aube

FIGURE 4.22 – CT3-Aubes de stator instrumentées, Paniagua et al [126]



(a) Aube de rotor instrumentée



(b) Répartition des mesures sur l'aubage

FIGURE 4.23 – CT3-Aube de rotor instrumentée, Paniagua et al. [126]

	Stator	Rotor
Nombre d'aubes	43	64
Corde axiale (C_{ax})	41,16 mm	39,78 mm
Corde axiale/hauteur	0,812	0,738
Rayon moyeu/Rayon carter	0,872	0,864
Calage	54 °	32 °
Pas inter-aube/Corde axiale	1,313	0,912

TABLE 4.5 – CT3 - Caractéristiques géométriques des aubages à mi hauteur de veine

Lors de la campagne d'essais, les caractéristiques de l'écoulement au sein de l'étage de turbine CT3 ont été mesurées pour trois taux de détente :

- pour un cas de fonctionnement dit "*high*" correspondant à un fort rapport entre la pression statique dans le plan 3 et la pression totale dans le plan 1,
- pour un cas de fonctionnement qualifié de "*nom*" correspondant à un rapport de pression moyen,
- pour un cas de fonctionnement qualifié de "*low*" correspondant à un rapport de pression faible.

Les conditions thermodynamiques mesurées à l'entrée, c'est à dire dans le plan 1, sont identiques pour les trois conditions de fonctionnement selon Paniagua et al. [126] : une pression totale $P_{t,1} = 1,65$ bars, une température totale $T_{t,1} = 434K$ et un taux de turbulence $Tu = 5\%$. La vitesse de rotation est également identique pour les trois cas de fonctionnement : 6500 tours/min. Les conditions d'écoulements particulières à chaque cas sont détaillées dans le tableau 4.6.

Le rapport de pression $P_{t,1}/P_{s,3}$ étant supérieur à 2,3, le débit total est bloqué et un choc apparaît pour les trois cas de figures au niveau du bord de fuite du stator comme l'indique Paniagua et al. [126]. Ce choc, en se propageant vers le rotor, interagit périodiquement avec le sillage du stator et le rotor. Les interactions qualifiées de fortes ont été mises en évidence numériquement par Castillon à l'ONERA. La figure 4.24, spectroscopie numérique fournie par

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

Cas	$P_{t,1}/P_{s,3}$	$M_{is,2}$	$M_{is,3r}$
High	5,12	1,249	1,18
Nom	3,86	1,242	0,97
Low	2,42	1,071	0,65

TABLE 4.6 – CT3 - Conditions d'écoulements propres à chaque cas ; $P_{t,1}$ =Pression totale dans le plan 1 ; $P_{s,3}$ =Pression statique dans le plan 3 ; $M_{is,2}$ =nombre de Mach isentropique dans le plan 2 ; $M_{is,3}$ =nombre de Mach isentropique relatif dans le plan 3

Castillon [127], permet de visualiser les interactions complexes et instationnarités présentes dans l'écoulement. Les travaux de Castillon à l'ONERA ont servi de point de départ à cette étude. Paniagua et al. [126] ont mesuré un taux de turbulence dans le plan 1 de 5%. Ce taux a donc été

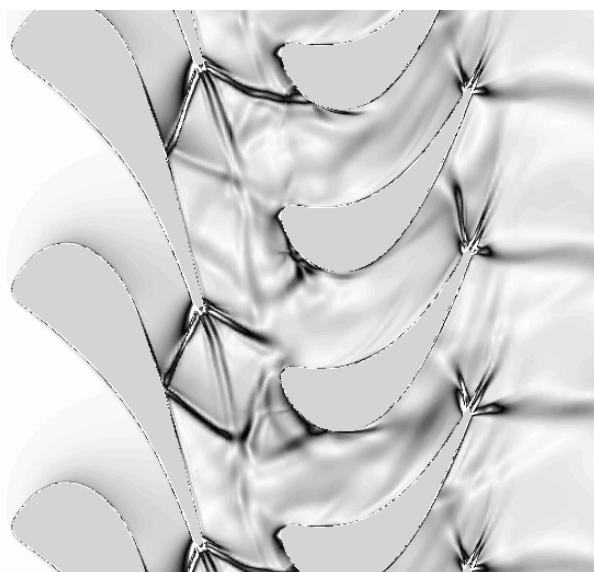


FIGURE 4.24 – CT3 - Spectroscopie numérique ($\|grad(\rho)\|/\|(\rho)\|$) de l'écoulement à mi-hauteur de veine pour le cas *High*, Castillon [127]

imposé à l'entrée de notre domaine de calcul. Ne connaissant pas d'autres informations sur la turbulence la seconde variable de turbulence ω a été imposée en prenant un nombre de Reynolds turbulent de Re_T de 35. Ce choix a été guidé par la précédente étude concernant la grille d'aube LS89, notamment le cas MUR241.

4.2.2 Modèles numériques employés

Le maillage retenu pour cette étude est constitué pour chaque aubage de trois blocs de type *H* et d'un bloc de type *O*. La taille de première maille à la paroi est de $3 \cdot 10^{-6}m$, ce qui mène à des valeurs de y^+ de l'ordre de 2.0. Dans un premier temps le maillage est constitué de 5 nappes dans la direction radiale. La simulation est donc de type quasi-tridimensionnelle. Nous supposons dans un premier temps que l'écoulement à mi hauteur de veine reste confiné dans ces 5 nappes et adoptons cette approche que l'on nomme "une simulation 2,5D". L'avantage majeur de cette approche est de réduire le temps de simulation puisque le maillage est relativement léger. Toutefois, considérer que l'écoulement reste confiné à 5 nappes de courant rapprochées à mi hauteur de veine est une hypothèse forte. La vérification de cette hypothèse est abordée à

la fin de ce chapitre.

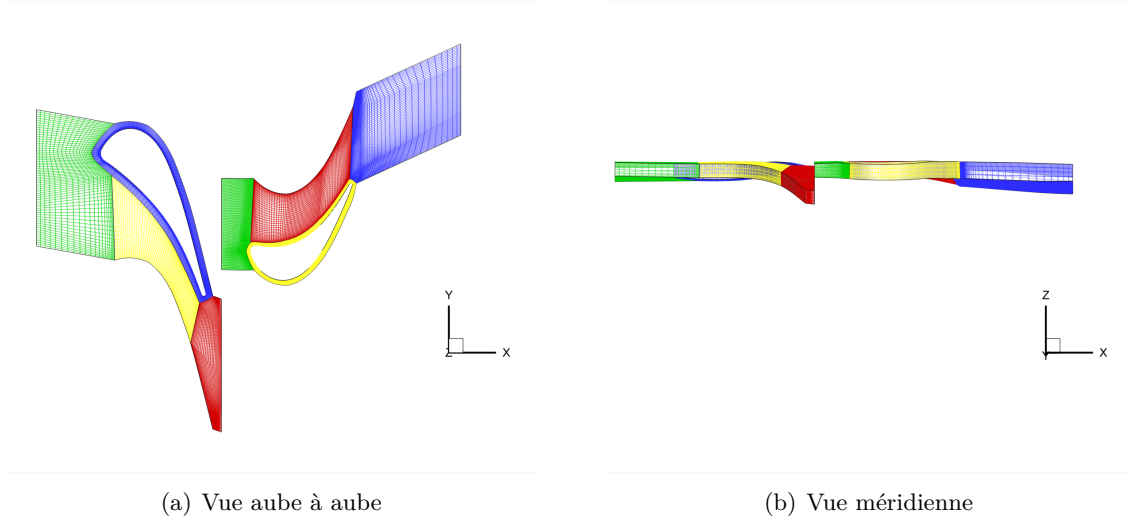


FIGURE 4.25 – CT3 -Présentation du maillage employé pour l'approche quasi-tridimensionnelle

Le maillage est représenté sur la figure 4.25, les dimensions des blocs constituant le maillage figurent dans le tableau 4.7. Le plan d'entrée du maillage correspond au plan de mesure 1 dans les travaux de Paniagua et al. [126]. Les 5 nappes constituant le maillage correspondent à environ 9,6% de hauteur de la veine.

	Ni	Nj	Nk
H amont stator	21	67	5
H central stator	57	31	5
H aval stator	25	91	5
O stator	209	59	5
H amont rotor	47	61	5
H central rotor	79	41	5
H aval rotor	47	77	5
O rotor	213	59	5

TABLE 4.7 – CT3 - Dimensions du maillage

La présence de chocs se propageant au sein de l'étage de turbine CT3 implique l'emploi d'une approche instationnaire pour la simulation de l'écoulement à travers cet étage de turbine. En effet, l'usage d'une méthode stationnaire telle que la technique du plan de mélange rendrait impossible le passage des chocs et des sillages du stator vers le rotor. La présente étude s'est appuyée sur une précédente étude menée à l'ONERA par Castillon [127]. La même approche instationnaire a été employée : le déphasage spatio-temporel ou condition de *chorochronicité*. Le pas de temps est imposé à $3,3675.10^{-7}$ secondes, un tour de roue est réalisé en 27520 itérations. Le schéma d'intégration en temps est le schéma d'*Euler rétrograde*. Le schéma de Jameson est employé pour la discrétisation spatiale des équations du champ moyen dans un premier temps avec des coefficients k_2 et k_4 fixés ($k_2 = 0,5$ et $k_4 = 0,016$). En effet la

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

pratique standard de simulation avec le code *elsA* qui fait appel à ce schéma est ici évaluée une nouvelle fois. Ces prévisions seront comparées à des prévisions obtenues avec le schéma de Roe dans un prochain paragraphe. Enfin, les parois sont considérées comme isothermes avec une température imposée de 289K dans les trois cas de fonctionnement.

Une première simulation de type stationnaire à l'aide de la technique du plan de mélange est mise en place afin d'obtenir un champ initial pour la simulation instationnaire. La convergence vers un état périodique des débits est obtenue après un tour de roue pour les trois conditions de fonctionnement. La figure 4.26 sur laquelle sont représentés les débits illustre cet aspect dans le cas de fonctionnement dit *High*. La convergence en débit est vérifiée en s'assurant qu'un écoulement périodique est établi et que la période instationnaire au sein du stator T_{stator} correspond au nombre d'itérations pour réaliser un tour divisé par le nombre d'aubes de rotor soit 430 itérations, qu'au sein du rotor la période instationnaire T_{rotor} correspond au nombre d'itérations pour réaliser un tour divisé par le nombre d'aubes de stator soit 640 itérations. Cette vérification est représentée sur figure 4.27.

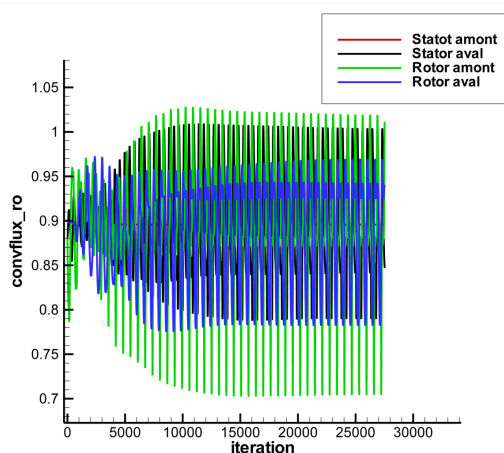


FIGURE 4.26 – CT3 - Evolution des débits en fonction de l'itération courante dans le cas *High*.

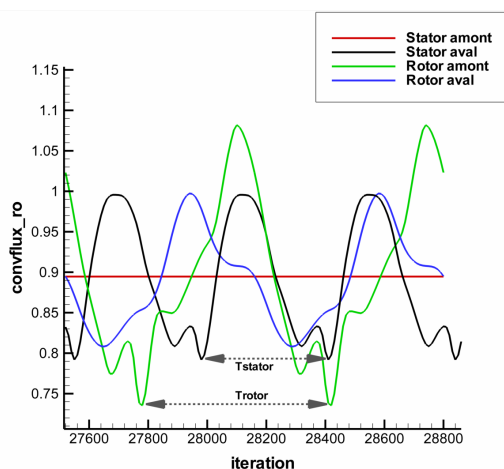


FIGURE 4.27 – CT3 - Vérification de l'établissement d'un écoulement périodique

4.2.3 Exploitation des résultats numériques obtenus par une approche quasi 3D

Paniagua et al. [126] fournissent des mesures instationnaires moyennées sur une période à mi-hauteur de veine le long des aubages. Paniagua et al. [126] fournissent les répartitions moyennes sur une période des nombres de Mach isentropique relatif le long de l'aubage. Le nombre de Mach isentropique relatif est calculé localement sur l'aubage à l'aide de la formule suivante :

$$\text{Mach is} = \sqrt{\left(\left(\left(\frac{P_t}{P_s} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) - 1 \right) \cdot \frac{2}{\gamma-1}} \quad (4.1)$$

avec P_t la **pression totale relative à l'entrée de la roue**, P_s la pression statique locale et γ le rapport des chaleurs spécifiques.

Une comparaison des répartitions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique est effectuée sur la figure 4.28 aux trois points de fonctionnement pour le stator. L'abscisse S correspond à l'abscisse curviligne adimensionnée entre 0 et 1 sur l'extrados et entre 0 et -1 sur l'intrados, le bord d'attaque se situe à l'abscisse $S = 0$.

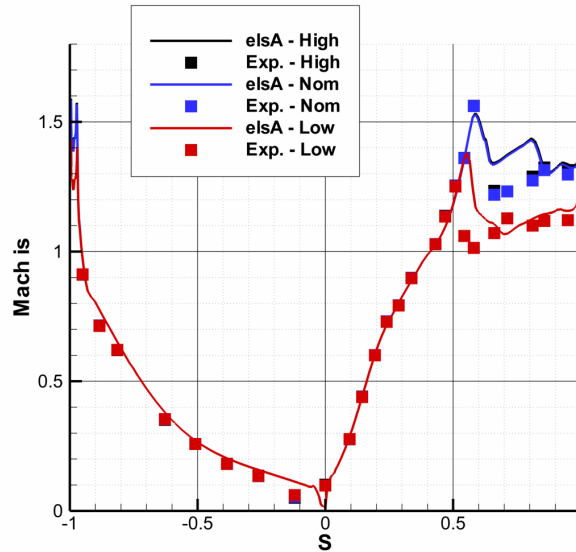


FIGURE 4.28 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Mach isentropique moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S .

On observe un bon accord entre les mesures expérimentales et les valeurs numériques. L'accélération le long de l'extrados jusqu'à au pic de survitesse est très bien capturée par simulation. Le pic de survitesse est plus élevé pour les cas *High* et *Nom* que pour le cas *Low*. De plus le pic de survitesse est atteint à l'extrados plus en aval pour les deux cas *High* et *Nom* que pour le cas *Low*. Le décalage de pic de survitesse est du, comme le précise Paniagua et al. [126], au fait que l'inclinaison du choc de bord de fuite est différente et donc le point d'impact sur l'extrados. Pour les trois cas de fonctionnement à l'aval de ce point l'écoulement est r acc l r  jusqu'à au bord de fuite. Les gradients de pression entre l'entrée et la sortie de l'étage de turbine étant plus important pour les cas *High* et *Nom*, la vitesse de l'écoulement en sortie du stator

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

est supérieure à la vitesse du cas *Low*. Sur l'intrados, l'écoulement est uniformément accéléré jusqu'au bord de fuite où apparaît le choc de bord de fuite (cf. figure 4.24).

Les résultats expérimentaux pour les cas *High* et *Nom* sont sensiblement similaires tout comme les résultats numériques ce qui permet d'être confiant quant à la qualité des résultats.

L'écoulement sur le rotor peut être analysé de la même manière comme représenté sur la figure 4.29 où sont indiquées les répartitions expérimentales et numériques à mi-hauteur de veine des nombres de Mach isentropique relatif en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée.

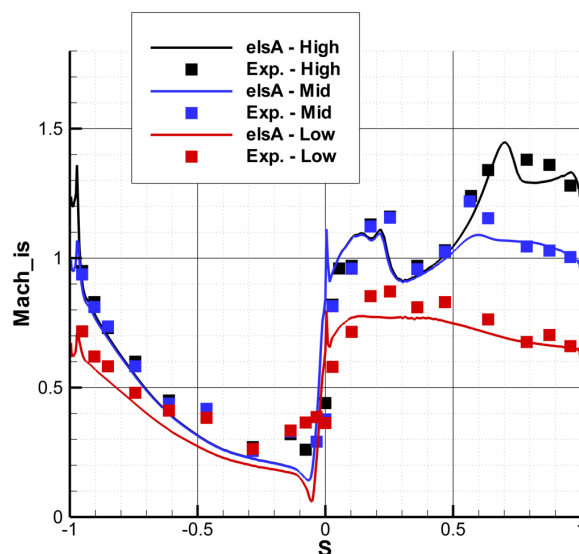


FIGURE 4.29 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Mach isentropique relatifs moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S .

Les répartitions expérimentales de nombre de Mach isentropique sont bien capturées par les simulations numériques. La vitesse en sortie de stator étant identique pour les cas *High* et *Nom*, l'écoulement dans la zone de bord d'attaque du rotor est identique pour ces deux conditions d'écoulement. La pression statique en sortie du rotor conditionne les niveaux de nombre Mach isentropique relatifs sur l'extrados : pour les cas *High* et *Nom* la pression statique en sortie est suffisamment faible pour permettre l'établissement d'un écoulement supersonique tandis que pour le cas *Low* l'écoulement reste subsonique tout le long de l'aubage. Au delà du premier pic de sur-vitesse l'écoulement décélère brutalement dans un premier temps puis est accéléré à nouveau jusqu'à la position $S \sim 0,7$ pour les cas *High* et *Nom*. Paniagua et al. [126] notent, que pour les cas *High* et *Nom*, le ratio de pression est suffisamment important entre l'entrée et la sortie du rotor pour permettre l'apparition d'un choc de bord de fuite sur le rotor. Ce choc est responsable de la décélération qui survient à la position $S \sim 0,7$ par impact d'un choc de bord de fuite sur l'extrados. Ceci n'est pas visible dans le cas dit *Low* étant donné que l'écoulement reste subsonique.

Sur l'intrados, la tendance expérimentale est bien capturée de manière générale : l'écoulement est uniformément accéléré jusqu'au bord de fuite. Cependant, le point d'arrêt semble être situé sur l'intrados selon les données expérimentales ce qui n'est pas le cas en simulation numérique. En résumé, aussi bien pour le rotor que pour le stator, il y a un bon accord entre les mesures

expérimentales et les prévisions numériques en ce qui concerne les distributions moyennes de nombre de Mach isentropique sur les aubages.

Paniagua et al. [126] soulèvent un point important lorsqu'ils analysent les mesures expérimentales : les simulations numériques indiquent la présence probable d'un bulbe de décollement sur le rotor du côté de l'extrados dans une zone proche du bord d'attaque pour les cas *High* et *Nom*. Plus précisément, ce bulbe semble être situé au niveau de la position $S \sim 0,2$. Les répartitions expérimentales de nombre de Mach moyennées sur une période ne laissent pas apparaître de manière très visible ce bulbe. Les simulations numériques permettent de mettre en évidence la présence de ce bulbe comme l'indique la figure 4.30 sur laquelle sont représentés les isocontours de nombre de Mach relatif dans cette zone de l'écoulement à plusieurs instants. Castillon observe également la présence de ce bulbe de décollement via une approche tout turbulent [127].

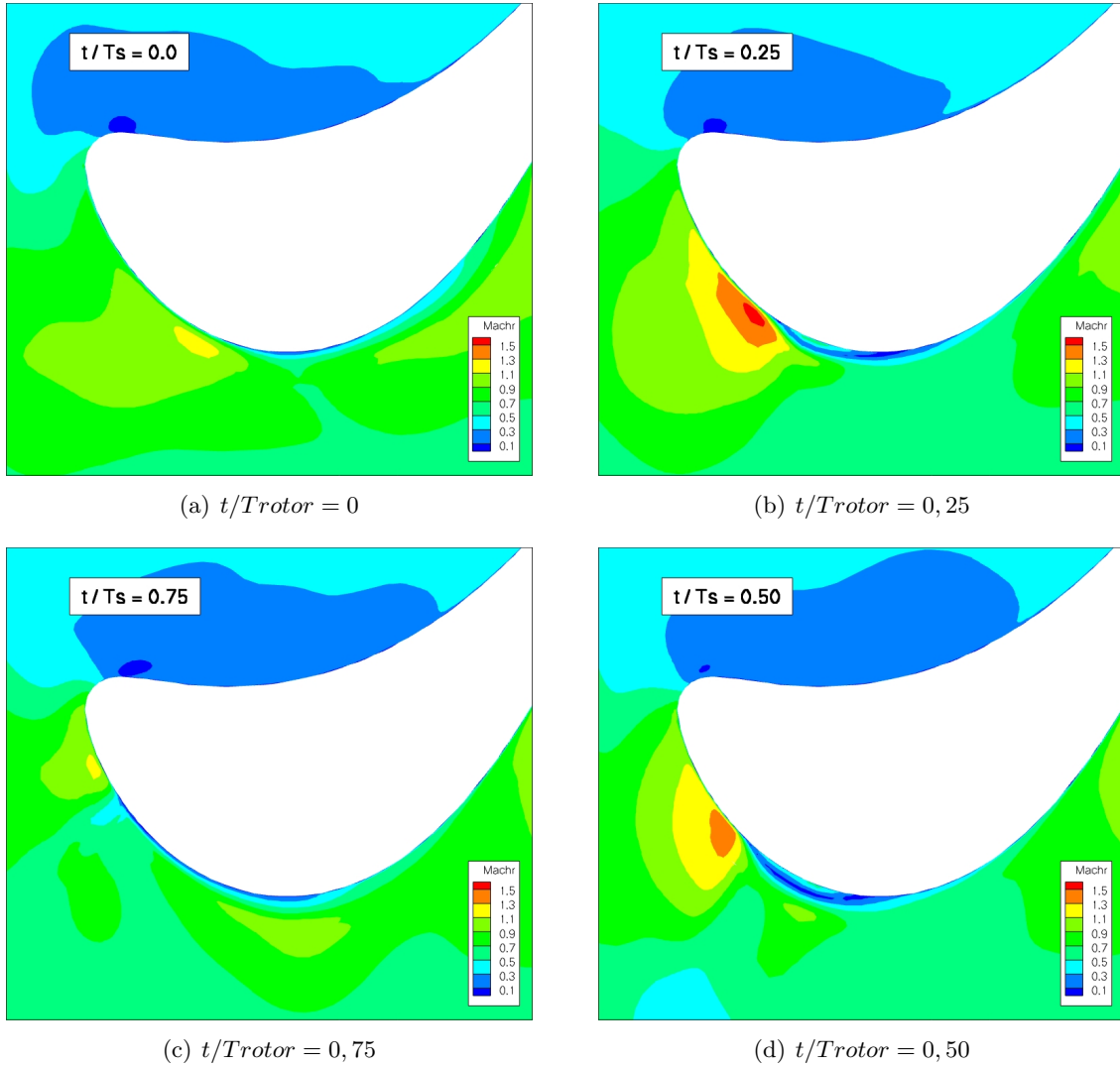


FIGURE 4.30 – CT3 - Isocontours de nombre de Mach relatif à plusieurs instants à mi-hauteur au niveau du rotor

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

Du côté du stator les mesures expérimentales suggèrent que l'écoulement ne présente pas d'instationnarités remarquables à l'amont du point d'impact du choc à l'extrados et sur l'intrados. Dans cette zone l'écoulement est relativement stationnaire, la distribution de nombre de Mach le long de l'aubage reste identique sur une période. Ceci a pu être vérifié numériquement en comparant à plusieurs instants la distribution de nombre de Mach isentropique le long du stator (cf. la figure 4.31).

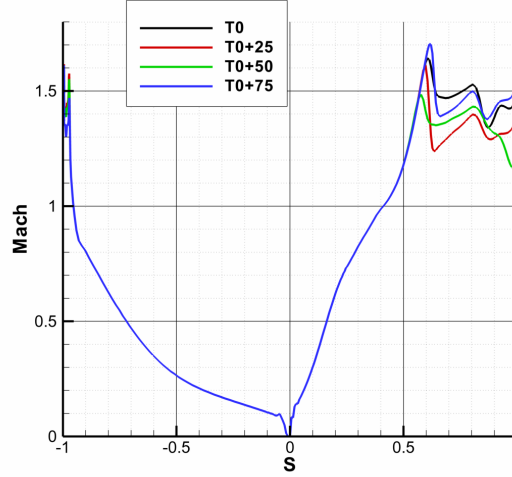


FIGURE 4.31 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Mach isentropique à plusieurs instants en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S

Paniagua et al. [126] fournissent des répartitions moyennes à mi hauteur de veine de flux de chaleur à la paroi exprimées sous forme de nombres de Nusselt pour le stator et le rotor. La définition du nombre de Nusselt est la suivante :

$$Nu = \frac{h \cdot c}{k_{gas}} \quad (4.2)$$

avec h le flux de chaleur, c la corde de l'aubage et k_{gas} la conductivité du gaz (ici l'air).

La figure 4.32 présente une comparaison à l'expérience des distributions des nombres de Nusselt sur le stator obtenues à l'aide de simulations tout turbulent pour les trois cas de fonctionnement. La figure 4.33 représente quant à elle la même comparaison mais dans le cadre d'une simulation numérique avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$.

En comparant les figures 4.32 et 4.33 l'effet bénéfique de la prise en compte de la transition est nettement visible : sur l'extrados, du bord d'attaque au point d'impact du choc, les flux de chaleur à la paroi qui sont surestimés par la simulation numérique tout turbulente deviennent correctement prévus. La nature de la couche limite qui est laminaire sur cette zone, car l'écoulement est fortement accéléré jusqu'au point d'impact du choc (cf. figure 4.28), est correctement modélisée par le modèle de transition et les flux de chaleur ainsi correctement prévus. L'approche tout turbulent qui considère une couche limite de nature turbulente dans cette zone conduit à une surestimation des niveaux de flux de chaleur.

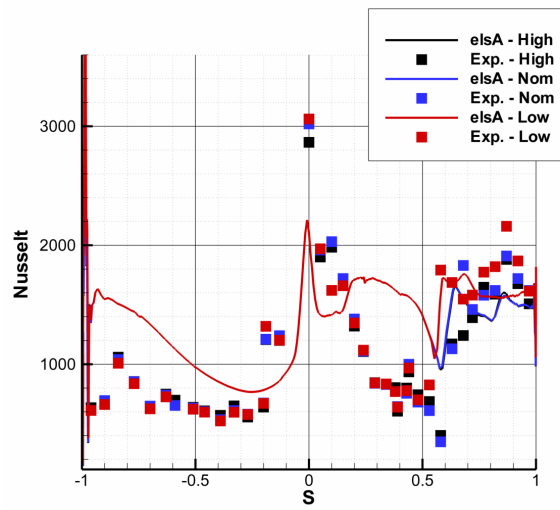


FIGURE 4.32 – CT3 - Répartitions sur le stator à mi-hauteur de veine des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations numériques tout turbulent

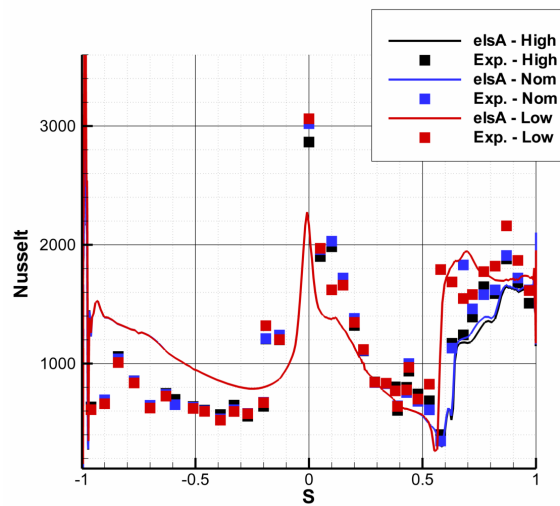


FIGURE 4.33 – CT3 - Répartitions sur le stator à mi-hauteur de veine des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation numérique avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$

La transition de l'état laminaire à l'état turbulent identifiable sur la figure 4.33 à l'élévation rapide de nombre de Nusselt proche de l'abscisse adimensionnée $S = 0,5$ apparaît exactement au point d'impact du choc pour les trois cas de fonctionnement. Le décalage vers le bord d'attaque du point d'impact du choc pour le cas dit *Low* se traduit par un décalage vers l'amont de la position de la transition bien capturée comme l'indique la figure 4.33. En aval du point de transition, les niveaux de nombre de Nusselt prévus par simulation numérique sont en bon accord avec les mesures expérimentales.

Du côté de l'intrados, de manière globale, la tendance expérimentale est relativement bien capturée, les écarts entre les mesures expérimentales et les prévisions numériques restant

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

acceptables sauf dans une zone proche du bord de fuite, plus précisément pour des abscisses curvilignes adimensionnées supérieures à 0,8. Les prévisions par simulation numérique sont très proches pour les deux approches tout turbulent et avec prise en compte de la transition sur ce côté de l'aubage. Pour la simulation employant le modèle de transition, la couche limite passe de l'état laminaire à l'état turbulent à la position $S \sim -0,2$ ce qui explique la similitude des résultats avec l'approche tout turbulent. Enfin, sur ce côté de l'aubage, on remarque que pour les trois cas de fonctionnement (*High*, *Nom* et *Low*) les mesures expérimentales de nombres de Nusselt sont sensiblement identiques les unes par rapport aux autres. Ceci est lié au fait que les distributions de nombres de Mach isentropiques sur l'intrados sont identiques pour les trois cas de fonctionnement (cf. figure 4.28).

Sur le rotor, les deux approches, tout turbulent et avec la modélisation de la transition, mènent à des prévisions identiques si l'on compare les figures 4.34 et 4.35 sur lesquelles sont représentées les distributions de nombre de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée. Les niveaux moyens d'échange de chaleur à la paroi (i.e. de nombre de Nusselt) sont très bien prévus par simulation numérique du côté de l'extrados ou de l'intrados. La concordance des résultats obtenus après une simulation tout turbulent et une simulation avec le modèle de transition est due au fait qu'il persiste à chaque instant une forte turbulence au bord d'attaque liée aux sillages du stator qui sont convectés depuis le bord de fuite du stator vers le bord d'attaque du rotor entraînant la transition de la couche limite vers l'état turbulent. Martelli et al. [128], après avoir implanté le modèle de transition dans le code *Hybflow*, réalisent une simulation instationnaire de l'étage de turbine CT3. A l'issue de leur étude, les auteurs parviennent à la même conclusion quant à la nature de la couche limite sur le rotor : la couche limite est turbulente dès le bord d'attaque. De légers écarts entre les résultats des simulations numériques tout turbulent et avec la prise en compte de la transition sont visibles du côté de l'extrados dans la zone s'étendant entre les abscisses $S = 0,1$ et $S = 0,3$ soit précisément dans la zone où apparaît un bulbe de décollement. Ceci s'explique par le fait que la couche limite est encore transitionnelle lorsqu'apparaît le bulbe de décollement. La tendance expérimentale n'est pas capturée au bord de fuite du côté de l'intrados.

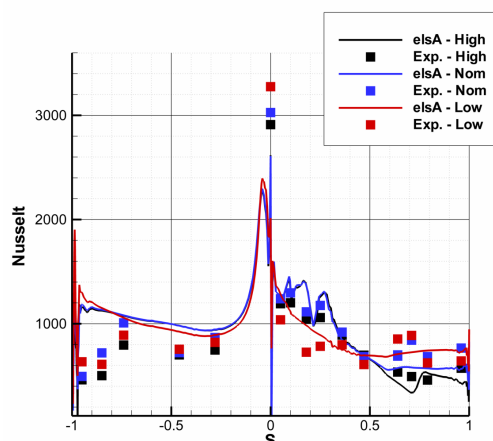


FIGURE 4.34 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation numérique tout turbulent.

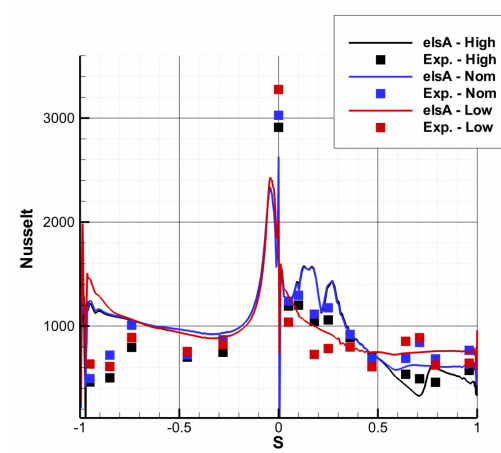


FIGURE 4.35 – CT3 - Répartition à mi-hauteur sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée, simulation numérique avec le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$

Il apparaît au final, après l'analyse des figures 4.34 et 4.35, que la prise en compte de la transition laminaire-turbulent sur le rotor est correctement effectuée par le modèle de transition puisque la nature turbulente de la couche limite est correctement capturée et qu'il n'y a pas de zone laminaire non réelle de prévue par le modèle.

A l'issue de ces premières simulations numériques de type "2,5D" et à l'aide du schéma de Jameson, comme pour le cas d'étude précédent (la grille d'aube LS89), on constate un réel gain en terme de prévision des flux de chaleur à la paroi en employant le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$. La position de la transition est bien prévue sur le stator et le rotor. Les paragraphes suivants sont consacrés à l'étude de l'influence du pas de temps sur la qualité de la simulation ainsi que l'influence du schéma numérique.

4.2.4 Influence du pas de temps et du schéma de discrétisation temporel

Le choix du pas de temps ainsi que du schéma de discrétisation en temps est de manière générale en CFD extrêmement important notamment pour une simulation instationnaire. Il est primordial de vérifier que la convergence "en temps" est atteinte ou autrement dit que la simulation n'est pas sensible à la valeur du pas de temps. Dans un premier temps, l'influence du pas de temps a été étudiée en imposant un pas de temps 4 fois plus faible que précédemment. Le schéma d'intégration en temps reste pour le moment inchangé, nous employons le schéma *Euler rétrograde* (cf. Annexe B).

Sur la figure 4.36 sont représentées les distributions de nombre de Nusselt pour le stator et sur la figure 4.37 les distributions pour le rotor pour les deux pas de temps.

Les résultats reportés sur les figures 4.36 et 4.37 indiquent que la convergence en temps est vérifiée puisque les résultats obtenus avec un pas de temps 4 fois plus faible sont en très bon accord avec les premiers résultats. Les écarts sont très faibles hormis au niveau du bulbe de décollement et à l'intrados sur le rotor où il semblerait que le fait d'utiliser un pas de temps plus faible conduit à une meilleure estimation des échanges de chaleur à la paroi pour les cas *High* et *Nom*.

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

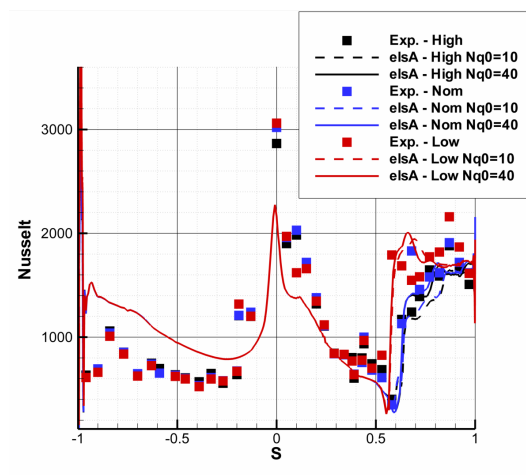


FIGURE 4.36 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation avec le modèle de transition et un pas de temps divisé par 4

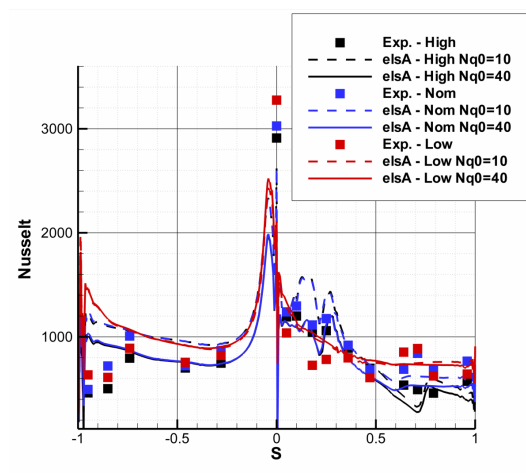


FIGURE 4.37 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulation avec le modèle de transition et un pas de temps divisé par 4

Après avoir modifié le pas de temps, dans un second temps, le schéma d'intégration en temps est modifié. Le schéma d'*Euler rétrograde* est remplacé par le schéma dit *GEAR*. Ce dernier est supposé être plus précis puisqu'il est du second ordre alors que le schéma d'*Euler rétrograde* est un schéma du premier ordre (cf. Annexe B). L'usage du schéma *GEAR* nécessite d'imposer un critère de convergence et un nombre de sous-itérations maximum par pas de temps. Le choix a été fait ici d'imposer un critère de convergence sur les résidus des sous itérations à 10^{-3} et d'imposer un maximum de 20 sous-itérations pour atteindre ce critère.

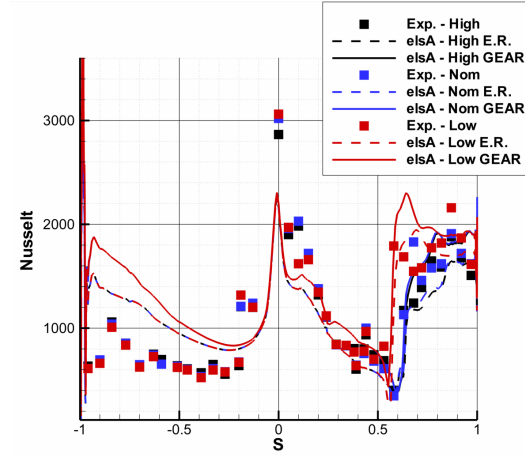


FIGURE 4.38 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , comparaison des simulations avec le schéma *GEAR* et le schéma d'Euler rétrograde (E.R.)

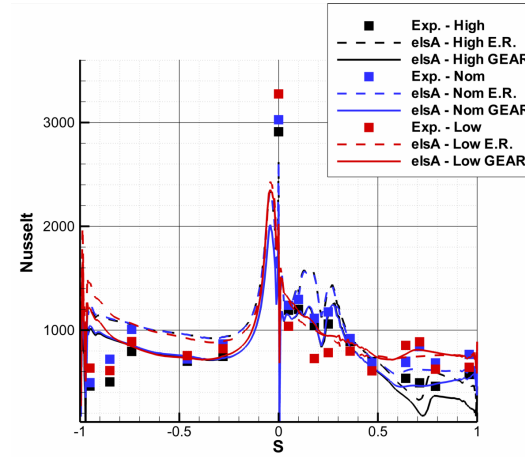


FIGURE 4.39 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , comparaison des simulations avec le schéma *GEAR* et le schéma d'Euler rétrograde (E.R.)

Les résultats obtenus à l'aide du schéma *GEAR*, reportés sur la figure 4.38 pour le stator et sur la figure 4.39 pour le rotor, sont dans l'ensemble proches de ceux obtenus à l'aide du schéma d'*Euler rétrograde*. Le passage à un schéma d'intégration en temps du second ordre ne permet pas, dans le cas de figure présent, d'améliorer sensiblement les prévisions de flux de chaleur à la paroi. La prévision est même de moins bonne qualité sur l'intrados. Le coût CPU de la simulation à l'aide du schéma *GEAR* est de plus en plus conséquent : environ 4 fois plus important.

Il semblerait à l'issue de cet étude d'influence portant sur la discrétisation en temps que le choix du schéma d'*Euler rétrograde* soit judicieux puisqu'il assure une solution convergée en temps pour un coût CPU relativement faible. Par la suite, le pas de temps utilisé correspondra à la valeur initiale, c'est à dire $3,3675 \cdot 10^{-7}$ secondes, et le schéma d'intégration en temps sera le schéma d'*Euler rétrograde*.

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

Lors de l'étude précédente consacrée à la grille d'aube LS89 il a été mis en évidence la sensibilité de la solution au schéma d'intégration spatiale pour les flux convectifs. En effet, des résultats plus proches des mesures expérimentales ont été obtenus en remplaçant le schéma de Jameson par un schéma de Roe. Une étude d'influence similaire a été entreprise pour le cas de l'étage de turbine CT3. Le prochain paragraphe traite ce point.

4.2.5 Influence du schéma de discrétisation des flux convectifs

Les paramètres du schéma de Roe employés pour cette étude d'influence sont identiques à ceux précédemment utilisés pour traiter le cas de la grille d'aube LS89 : un limiteur de "Van Albada" et un coefficient de dissipation de Harten de 0,05 (cf. Annexe B). Une simulation instationnaire est réalisée pour les trois cas de fonctionnement et la convergence est atteinte après un tour de roue. Après dépouillement des résultats, les distributions de nombre de Nusselt sur le stator sont analysées à l'aide de la figure 4.40.

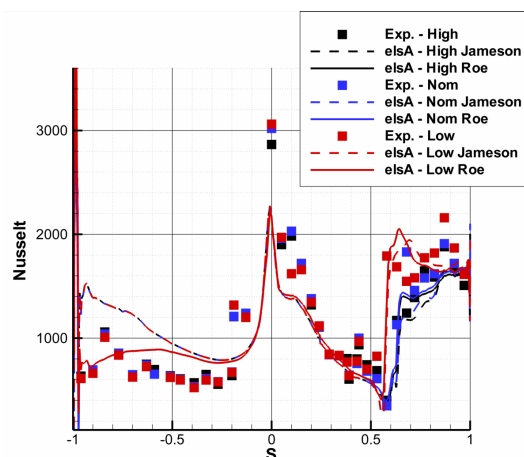


FIGURE 4.40 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations avec le schéma de Roe

Sur le stator, du côté de l'extrados les prévisions restent très proches de celles obtenues avec le schéma de Jameson. La position de la transition est correctement prévue dans les trois cas de figure au niveau du point d'impact du choc. Du côté de l'intrados, les prévisions sont par contre différentes de ce qui était le cas précédemment. Au delà de la position $S = -0,5$ il n'y a plus, comme c'était précédemment le cas, une augmentation régulière des échanges de la chaleur à la paroi mais à l'inverse un plateau puis une décroissance des échanges de chaleur. Ainsi les niveaux d'échange de chaleur à la paroi prévus par simulation numérique sont maintenant plus proches des niveaux mesurés expérimentalement. De plus la tendance observée expérimentalement dans la zone proche du bord de fuite, une décroissance des flux de chaleur, est maintenant bien capturée.

Après analyse, il s'avère que cette baisse des échanges de chaleur dans la zone de bord de fuite à l'intrados correspond, pour le cas de la simulation numérique, à une relaminarisation de l'écoulement. La simulation numérique faisant usage du schéma de Roe conduit dans un premier temps à l'apparition d'une couche limite ayant tendance à être "moins" turbulente sur

la première partie de l'aubage à l'intrados puis dans un second temps à prévoir une couche limite qui redevient laminaire. Cette relaminarisation de l'écoulement, abordée dans la partie bibliographique de ce manuscrit, qui peut être rencontrée au niveau des bords de fuite d'aubage, est mise en évidence dans le cas présent en comparant à plusieurs positions sur l'intrados les profils d'intermittence à la paroi. La figures 4.41 présente des profils d'intermittence sur l'intrados pour les deux simulations numériques.

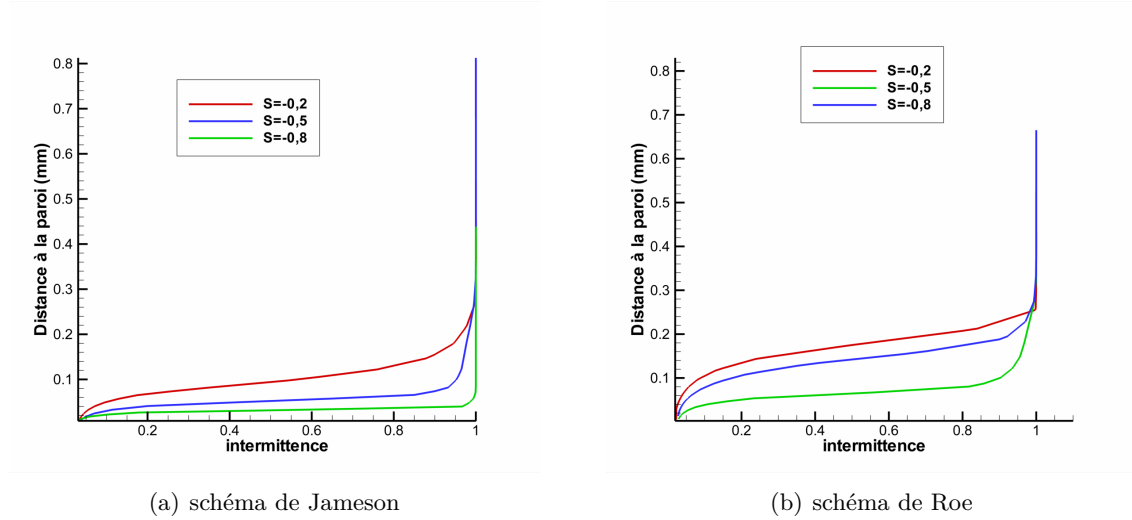


FIGURE 4.41 – CT3 - Profils d'intermittence dans la couche limite à plusieurs positions sur l'intrados, simulation avec le modèle de transition, le schéma de Jameson (gauche) et le schéma de Roe (droite)

Pour la simulation avec le schéma de Jameson au fur et à mesure que la couche limite se développe sur l'intrados le profil d'intermittence devient "moins rempli" en s'éloignant du bord d'attaque. L'intermittence atteint de plus en plus rapidement la valeur 1.0 traduisant une couche limite de plus en plus turbulente en s'éloignant du bord d'attaque. A l'inverse, pour la simulation avec le schéma de Roe, au fur et à mesure que la couche limite se développe sur l'intrados, dans un premier temps le profil est "moins rempli" puis dans un second temps de plus en plus "rempli" pour redevenir proche du profil d'intermittence rencontré au bord d'attaque. Ceci traduit la re-laminarisation de l'écoulement. La capture de cette relaminarisation de l'écoulement à l'aide du schéma de Roe permet de prévoir correctement les échanges de chaleur à la paroi dans cette zone de l'écoulement.

Pour le rotor, l'utilisation du schéma de Roe au lieu du schéma de Jameson ne conduit pas à l'obtention de résultats sensiblement différents. Les résultats demeurent quasi identiques entre les deux approches comme l'indique la figure 4.42. Notons que la relaminarisation de l'écoulement au bord de fuite de l'intrados suggérée par les mesures expérimentales n'est ici pas capturée en simulation numérique.

En résumé, cette étude d'influence semble indiquer que l'usage du schéma de Roe au lieu du schéma de Jameson est une meilleure option car permettant de mieux capturer la physique.

4.2. Etude instationnaire de l'étage de turbine haute pression CT3

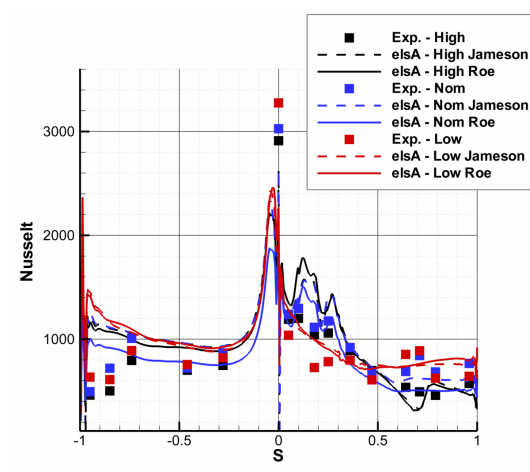


FIGURE 4.42 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations avec le modèle de transition et le schéma de Roe

4.2.6 Etude à l'aide d'un maillage tridimensionnel

L'étude consacrée à l'étage de turbine CT3 s'achève par une simulation complète tridimensionnelle de l'étage. L'objectif de cette simulation est de vérifier que l'approche quasi tridimensionnelle employée jusqu'à présent est réaliste et de valider les conclusions précédentes. Seule la "meilleure" méthodologie numérique est validée par simulation tridimensionnelle complète c'est à dire l'emploi du schéma de Roe et du schéma d'*Euler Rétrograde*.

Le maillage tridimensionnel est dans le plan aube à aube identique au maillage employé jusqu'à présent. Le maillage comporte dans la direction radiale 89 nappes. La zone de jeu entre le rotor et le carter est pris en compte. Le maillage tridimensionnel comporte environ 3.10^6 points. Ce maillage est représenté sur la figure 4.43. A convergence, les distributions de nombres de Nus-

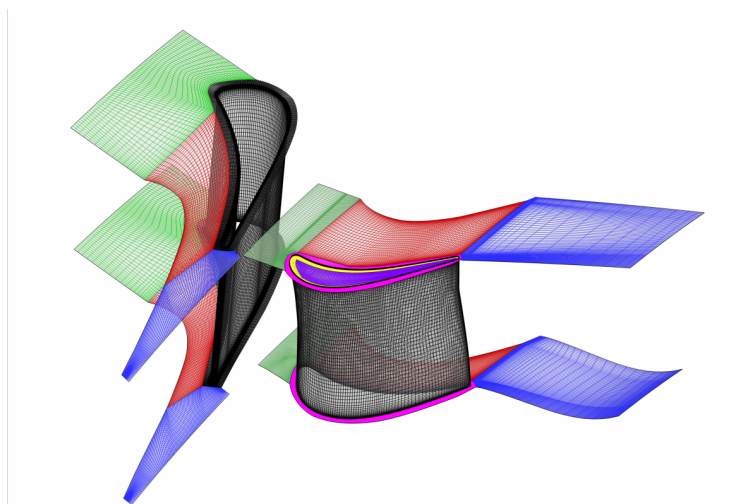


FIGURE 4.43 – CT3 - Vue du maillage employé pour l'étude complète tridimensionnelle

selt à mi-hauteur de veine sont comparées aux mesures expérimentales comme l'indiquent les figures 4.44 et 4.45.

De manière générale, il y a un très bon accord entre les prévisions numériques et les mesures

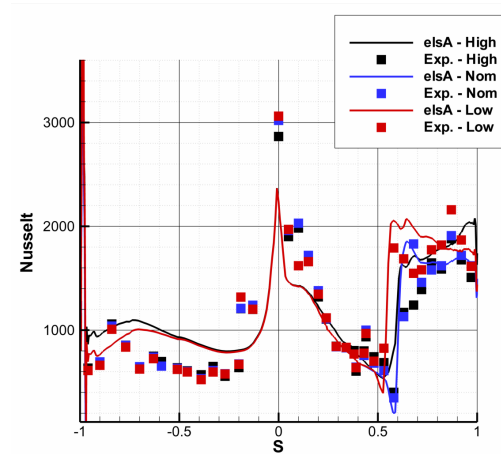


FIGURE 4.44 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le stator des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe

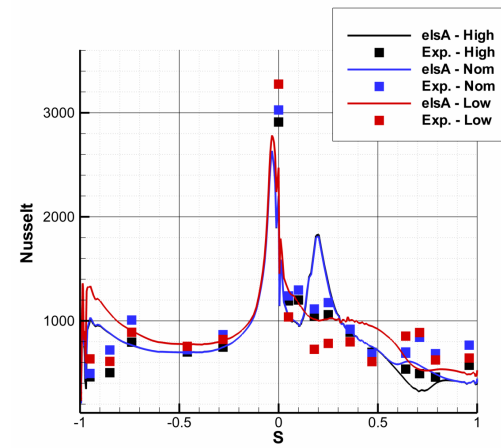


FIGURE 4.45 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Nusselt en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe

expérimentales. Au bord d'attaque et en aval du point de transition sur l'extrados, les prévisions sont même légèrement meilleures qu'avec l'approche 2,5D.

Sur le rotor, les prévisions sont très satisfaisantes sur l'intrados. Au bord d'attaque, le passage d'une simulation quasi-tridimensionnelle à une simulation tridimensionnelle mène à une meilleure prévision des niveaux d'échange de chaleur. Cependant, sur l'extrados, pour les cas dit *High* et *Nom* au niveau du bulbe de décollement, les échanges estimés présentent des écarts non négligeables avec les mesures. Ces écarts sont imputés à une mauvaise estimation des nombres de Mach relatifs sur la première moitié du rotor du côté de l'intrados comme l'indique la figure 4.46. Les nombres de Mach relatif dans cette zone sont très nettement sous-évalués, entraînant une forte accélération de l'écoulement entre le point d'arrêt et le premier pic de sur-vitesse sur l'extrados. Cette forte accélération de l'écoulement rencontrée dans la simulation numérique cause une surestimation de la taille du bulbe de décollement.

4.3. Conclusion

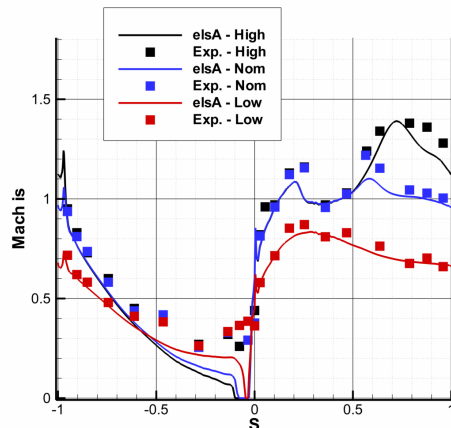


FIGURE 4.46 – CT3 - Répartitions à mi-hauteur de veine sur le rotor des nombres de Mach isentropique moyennés sur une période en fonction de l'abscisse curviligne adimensionnée S , simulations tridimensionnelles avec le modèle de transition et le schéma de Roe

En définitive, les simulations tridimensionnelles présentent un bon accord avec l'expérience et les résultats sont encourageants quant à la capacité du modèle à prévoir la transition laminaire-turbulent pour des applications en aérothermique. D'un point de vue méthodologie, il semblerait que l'emploi du schéma de Roe mène à de meilleures estimations. Enfin, l'usage d'un schéma d'intégration en temps du second ordre n'a pas montré d'amélioration ni de dégradation de la qualité des résultats.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, la prévision de la transition laminaire-turbulent a été abordée pour deux cas expérimentaux en aérothermique : la grille d'aube LS89 et l'étage de turbine CT3. Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ s'est révélé être capable de prévoir correctement la position de la transition pour ces deux cas d'étude dans plusieurs conditions d'écoulements différentes. Les zones où la couche limite est laminaire et les zones où la couche limite est turbulente sont convenablement capturées et ainsi, par rapport à l'approche tout turbulent classique, un réel gain en terme de prévision des flux de chaleur à la paroi a été démontré. Enfin, d'un point de vue méthodologie les meilleurs résultats sont obtenus à l'aide du schéma de Roe ce qui est en accord avec les recommandations de Menter et Langtry. Ce dernier point mérite d'être investigué lors de travaux à venir en s'intéressant à d'autres cas documentés. Notons enfin que ces travaux ont fait l'objet d'une publication par Benyahia et al. [129].

Dans le prochain chapitre, un nouvel aspect de la problématique générale qu'est la prévision de la transition laminaire-turbulent en turbomachine est abordé : les écoulements au sein de turbine basse pression.

Prévision de la transition pour des cas de turbine basse pression

Ce chapitre traite de la prévision de la transition laminaire-turbulent pour des écoulements au sein d'une turbine basse pression. Un premier cas d'application documenté est abordé : le cas de l'aube T106C. Les simulations stationnaires bidimensionnelles et tridimensionnelles stationnaires et instationnaires qui ont été réalisées au cours de cette thèse sont exposées et analysées. Dans une seconde partie un autre cas d'application est traité : l'aube T108 qui se distingue de l'aube précédente par un dessin différent. Après avoir caractérisé les performances du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ pour ce second cas d'application, ce chapitre se termine par une comparaison et une synthèse des résultats obtenus pour l'aube T106C et l'aube T108.

5.1 Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

Comme cela a été décrit dans le chapitre I l'aube T106C fait partie d'une famille d'aubes de turbine basse pression [20] dites "high lift". Pour cette aube qui est, en comparaison des aubages plus standard, fortement chargée, il apparaît une transition par bulbe de transition sur l'extrados. C'est un cas d'étude qui est traité par *CFD* car des mesures expérimentales sont disponibles à travers la base de données *TATMo* [20].

5.1.1 Description de la base de données TATMO

5.1.1.1 Présentation de l'aube T106C et du montage expérimentale

L'aube T106C a été étudiée expérimentalement au VKI par Arts et al. [20] en configuration de grille d'aubes dans le cadre des programmes de recherche UTAT et TATMo. La figure 5.1 est une photographie du montage expérimental. On remarque qu'une grille de turbulence est installée en amont. En effet cette grille de turbulence amovible a été introduite afin de contrôler le niveau de taux de turbulence amont.

L'aube T106C testée au VKI présente le même profil sur toute la hauteur empilé régulièrement (c'est à dire sans effet de flèche selon la hauteur). Le profil de l'aube T106C ainsi qu'une aube réelle sont représentés sur la figure 5.2. Le tableau 5.1, résumé des caractéristiques de l'aube T106C, complète la description du profil d'aube.

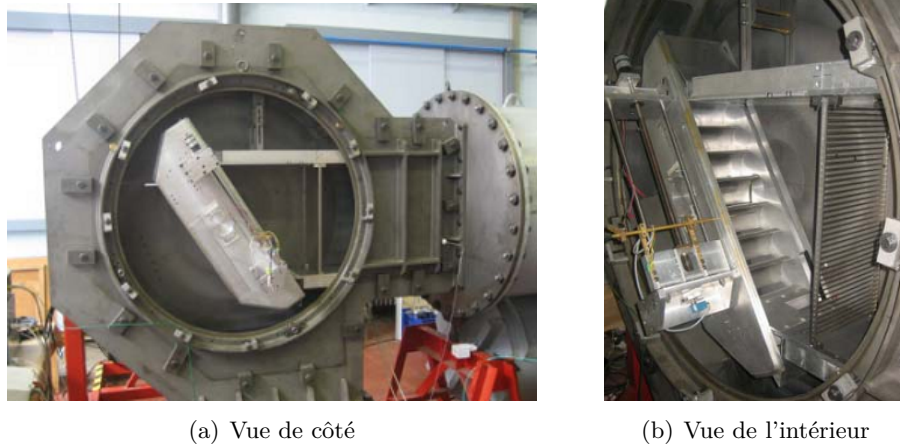


FIGURE 5.1 – T06C - Vue de l'installation expérimentale

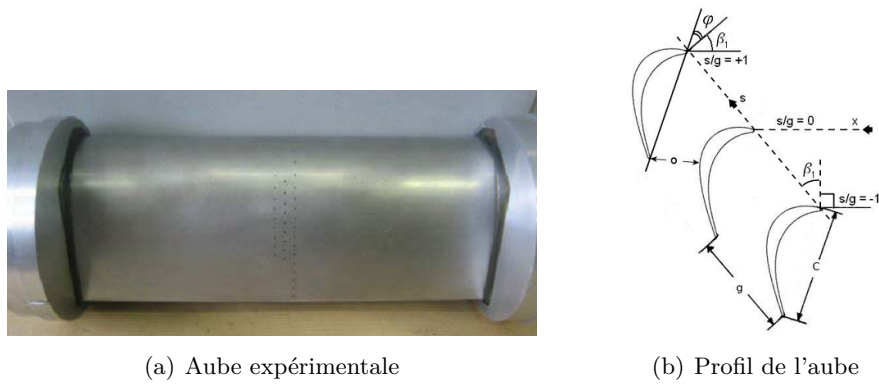


FIGURE 5.2 – T06C - Vue d'une aube testée au VKI et du profil d'aube

Corde (c)	93,01 mm
Hauteur (h)	223,22 mm
Pas inter aube (g)	88,36 mm
Gorge (o)	43,38 mm
Calage (φ)	30,7 degrés
Angle de l'écoulement à l'amont (β_1)	32,7 degrés

TABLE 5.1 – T106C - Caractéristiques géométriques de l'aubage

5.1.1.2 Conditions expérimentales

Les conditions thermodynamiques de l'écoulement pendant la campagne de mesures de Arts et al. [20] ont été définies en se fixant les objectifs suivants :

- maintenir un nombre de Mach de sortie de 0,65 et ne pas atteindre le régime supersonique sur l'aubage,
- analyser les performances à différents nombres de Reynolds caractéristiques $Re_{2,is} = (\rho V_{2,is} c / \mu)$ avec ρ la densité, $V_{2,is}$ la vitesse en sortie d'aubage, c la corde et μ la viscosité cinématique.

La température totale de l'écoulement étant égale à la température ambiante ($T_{amb} = 290K$) et ne pouvant varier, le respect des deux contraintes que se sont imposé Arts et al. revient à

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

faire varier la pression totale amont P_{01} et la pression statique de sortie P_{s2} pour obtenir le nombre de Reynolds caractéristique souhaité avec un nombre de Mach de sortie de 0,65. Le tableau 5.2 liste toutes les conditions d'écoulement étudiées par Arts et al. [20].

Taux de turbulence amont	Plage de nombre de Reynolds	Nombre de Mach de sortie
0,8%	[80 000 - 250 000]	0,65
1,8%	[80 000 - 160 000]	0,65
2,4%	[80 000 - 160 000]	0,65
3,2%	[80 000 - 160 000]	0,65

TABLE 5.2 – T106C - Conditions d'écoulements étudiées par Arts et al. [20]

5.1.1.3 Mesures expérimentales disponibles

Arts et al. instrumentent les aubes avec des prises de pression statique sur l'aubage à mi hauteur de veine à différentes positions axiales sur l'extrados et l'intrados. Ainsi, la distribution de pression statique sur aubage à mi hauteur de veine est connue. Cette distribution de pression est traduite en distribution de nombre de Mach isentropique (noté Mis) :

$$Mis = \sqrt{\left(\left[\left(\frac{P_{01}}{P_s} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \cdot \frac{2}{\gamma-1} \right)} \quad (5.1)$$

avec P_{01} la pression totale amont et P_s la pression statique locale. Arts et al. [20] mesurent également en aval de la grille d'aube, à mi hauteur de veine suivant un pas inter aube, la distribution de pression totale P_{02} afin de quantifier le déficit de pression totale $(P_{02} - P_{01})/P_{01}$ et ainsi pouvoir caractériser les sillages. Ils mesurent également l'angle moyen de sortie de l'écoulement sur un pas inter-aube.

5.1.1.4 Analyse des mesures expérimentales

Les profils de nombre de Mach isentropique en fonction de la position sur l'aubage au plus faible taux de turbulence de 0,8% sont dans un premier temps analysés à l'aide de la figure 5.3. Sur l'extrados, l'écoulement est accéléré jusqu'à la position $x/Cax = 0.6$ puis s'en suit une décélération de l'écoulement jusqu'au bord de fuite. Sur l'intrados, l'écoulement est   basse vitesse sur la première moitié de l'écoulement en raison de la concavité de l'intrados, puis est accéléré jusqu'au bord de fuite. Sur la partie de l'extrados où l'écoulement décélère (i.e. pour des positions adimensionnées $x/Cax > 0.6$) un bulbe de décollement apparaît, bulbe qui est identifié par un plateau de nombre de Mach isentropique (cf. page 13). La figure 5.4 est un zoom au niveau de la zone d'apparition du bulbe de décollement des distributions de nombre de Mach isentropique.

Lorsque le nombre de Reynolds diminue, le plateau de nombre de Mach isentropique est de plus en plus marqué traduisant un bulbe de décollement qui occupe de plus en plus de place sur l'extrados. Le pic de nombre de Mach isentropique tend à diminuer avec la baisse du nombre de Reynolds ce qui caractérise également la présence de plus en plus marquée d'un bulbe de décollement comme cela a été abordé dans l'étude bibliographique (cf. page 13).

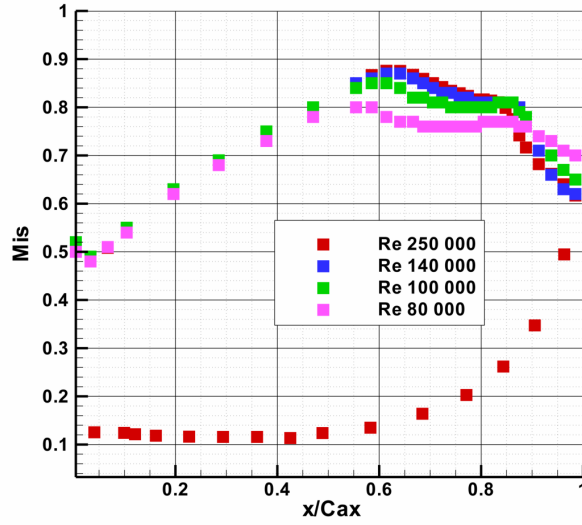


FIGURE 5.3 – T106C - Profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , $Tu=0,8\%$

Arts et al. [20] distinguent trois catégories de bulbe de décollement en fonction du nombre de Reynolds :

- pour des nombres de Reynolds supérieurs à 120 000 le bulbe de décollement est court, la présence du plateau de nombre de Mach isentropique reste confinée à une courte zone à la position $x/Cax = 0,8$,
-   un nombre de Reynolds plus faible, c’est à dire de 120 000, le bulbe est qualifié de long. Cela se remarque par un plateau de nombre de Mach isentropique qui s’étale et le pic de vitesse qui commence à baisser,
- si le nombre de Reynolds est encore plus faible, c’est à dire de 100 000, le bulbe devient ouvert, il n’y a pas plus de recollement de la couche limite avant le bord de fuite. Bien que la distribution de nombre de Mach isentropique n’indique pas explicitement la présence d’un bulbe ouvert, Arts et al. [20] identifient ce bulbe ouvert en remarquant que le nombre de Mach isentropique au bord de fuite n’est plus du tout égal à la valeur 0,65 ce qui traduit un non rattachement de l’écoulement. Le pic de survitesse a sensiblement baissé également,
- en continuant à diminuer le nombre de Reynolds comme c’est ici le cas pour la valeur 80 000, le décollement s’amplifie, la distribution de nombre de Mach isentropique prend la forme d’un plateau sur une large part de l’aubage. Le pic de vitesse s’est effondré et le nombre de Mach de sortie est maintenant bien diff rent de la valeur initiale de 0,65.

Lorsque le taux de turbulence augmente et passe de 0,8% à 1,8%, l’effet bénéfique de cette hausse, c’est à dire la diminution de l’importance du décollement de couche limite, est nettement visible d’après les mesures de Arts et al. [20] qui ont été reportées sur la figure 5.5. Le décollement massif présent aux nombres de Reynolds de 100 000 et 80 000 disparaît dans le premier cas et est fortement diminué dans le second cas. Cette diminution du décollement est mise en valeur en comparant les deux distributions de nombre de Mach isentropique dans la zone de décollement pour un nombre de Reynolds de 80 000 (cf. figure 5.6). Arts et al. ajoutent qu’une nouvelle augmentation du taux de turbulence n’a que peu d’effet sur la nature du bulbe de décollement. Selon les auteurs, c’est le passage d’un taux de 0,8% à un taux de 1,8% qui est

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

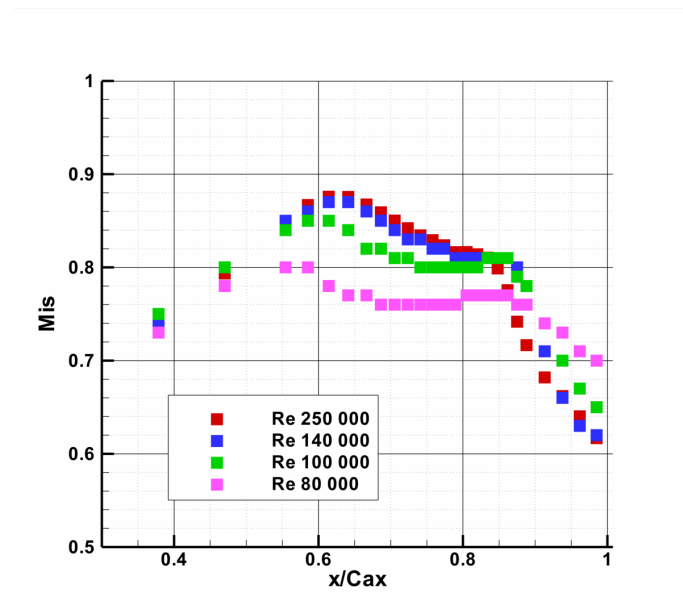


FIGURE 5.4 – T106C - Profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , zoom au niveau du bulbe de décollement, $Tu=0.8\%$

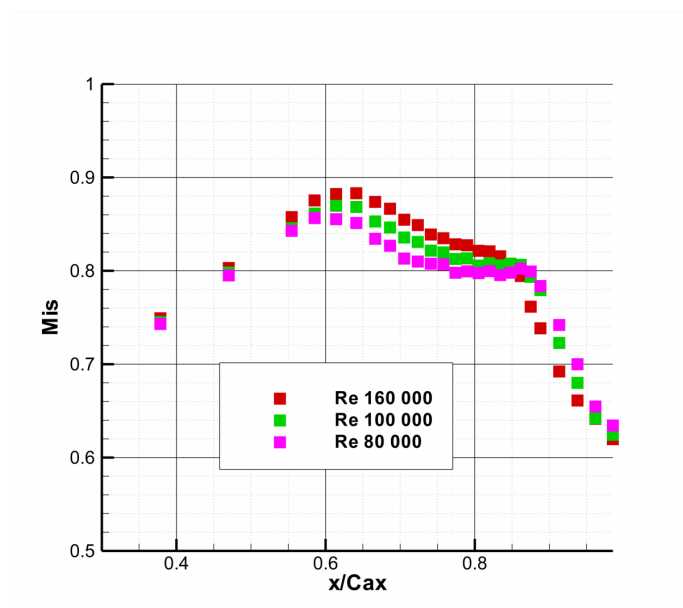


FIGURE 5.5 – T106C - Profils à mi-hauteur de veine nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax , $Tu=1,8\%$

primordial.

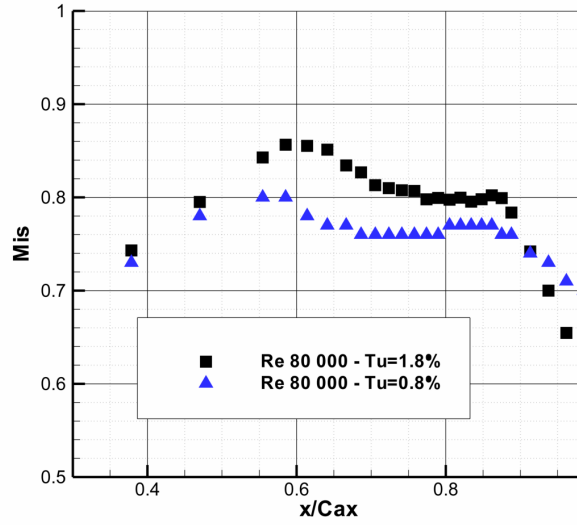


FIGURE 5.6 – T106C - Comparaison des profils à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique en fonction de la position axiale adimensionnée par la corde axiale Cax pour les taux de turbulence $Tu=0,8\%$ et $Tu=1,8\%$

Les mesures de profils de déficit de pression totale à l'aval de la grille d'aube permettent de caractériser les pertes de pression totale causées par le bulbe de décollement. Naturellement, plus le décollement est important plus les pertes le sont également. Ces pertes sont quantifiées à l'aide d'un coefficient de pertes ζ défini ainsi :

$$\zeta = 1 - \frac{1 - \left(\frac{\widehat{P}_{s2}}{\widehat{P}_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{\widehat{P}_{s2}}{\widehat{P}_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (5.2)$$

avec \widehat{P}_{s2} la pression statique moyenne aval sur un pas inter aube, \widehat{P}_{02} la pression totale moyenne aval sur un pas inter aube, \widehat{P}_{01} la pression totale moyenne sur un pas inter aube et γ le rapport des chaleurs spécifiques ici égale à 1,4.

Le coefficient de pertes est représenté en fonction du nombre de Reynolds sur la figure 5.7 pour les deux taux de turbulence. Lorsque le bulbe est court, les niveaux de pertes demeurent relativement faibles, aux alentours de 3%, et sont peu sensibles aux variations de nombre de Reynolds. L'augmentation brutale des pertes lors du passage d'un bulbe court à un bulbe long est visible pour le nombre de Reynolds de 120 00 lorsque le taux de turbulence est de 0,8%. Pour les nombres de Reynolds les plus faibles, c'est à dire en présence d'un bulbe ouvert, l'augmentation conséquente des pertes est visible : les pertes augmentent de 50% entre leurs niveaux à un nombre de Reynolds de 120 000 et leurs niveaux à un nombre de Reynolds de 100 000 puis doublent lorsque le nombre de Reynolds est abaissé à 80 000. La réduction du décollement massif à faibles nombres de Reynolds quand le taux de turbulence extérieure augmente est également visible :   nombre de Reynolds identique, les pertes sont beaucoup plus faibles pour le taux de turbulence extérieur le plus élevé.

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

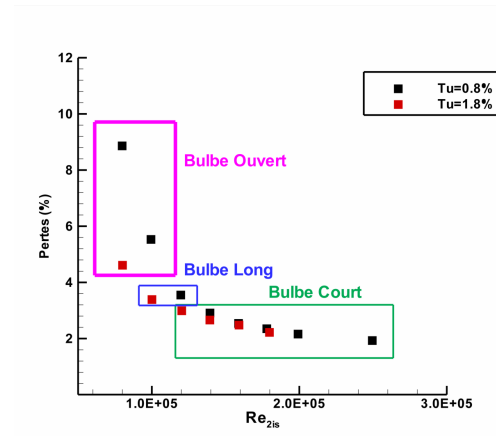


FIGURE 5.7 – T106C - Pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds et du taux de turbulence extérieur

Le décollement présent sur l'extrados induit une redirection locale de l'écoulement dans la zone proche de l'aubage, le faisant dévier de son angle de sortie initial lorsque la couche limite est attachée. Si le bulbe est court, l'écoulement "a le temps" de recoller à la paroi et donc de sortir avec l'angle initial.   l'inverse, si le décollement est massif il s'en suit une modification importante de l'écoulement qui se traduit par une valeur moyenne de l'angle de sortie différente du cas sans décollement. La figure 5.8 représente les angles de sortie mesurés par Arts et al. [20]. Lorsque le bulbe est court ou long, l'angle de sortie reste pratiquement le même et en concordance avec la valeur théorique car le bulbe ne perturbe pas l'écoulement extérieur et de plus l'écoulement est attaché à la paroi au bord de fuite. L'apparition d'un bulbe ouvert à bas nombre de Reynolds et le décollement massif qui le caractérise induisent une redirection vers l'aval de l'écoulement hors de la couche limite avec un angle très diff rent de la valeur théorique. Les conditions d'écoulement pour lesquelles un bulbe ouvert est présent sur l'extrados sont nettement visibles sur la figure 5.8.

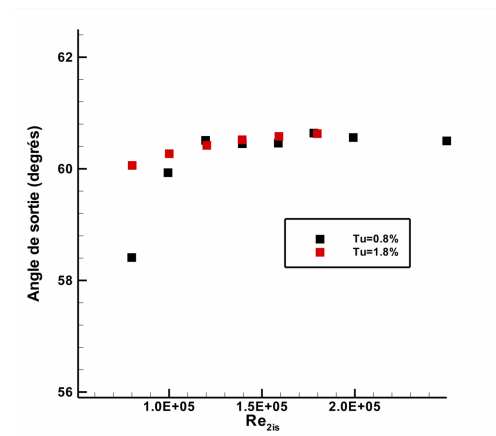


FIGURE 5.8 – T106C - Angle de sortie moyen de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds et du taux de turbulence extérieur

5.1.2 Description du maillage et des paramètres numériques

Le maillage employé pour la simulation numérique est dans un premier temps bidimensionnel. Ce maillage constitué de 5 blocs est représenté sur la figure 5.9. Les caractéristiques du maillage sont données dans le tableau 5.3. La hauteur de première maille à la paroi est de $1.10^{-6}m$ ce qui permet d'obtenir des valeurs de y^+ d'un maximum de 0.3. Ce maillage a été employé précédemment par De saint Victor qui a étudié la modélisation de la transition laminaire-turbulent à l'aide du code *elsA* et de l'approche par critères algébriques notamment, l'influence du raffinement du maillage et de l'orientation des mailles aux bords d'attaque et de fuite [130]. L'étude de De Saint Victor indique que ce type de maillage semble convenir à la prise en compte de la transition laminaire-turbulent dans un code RANS [130].

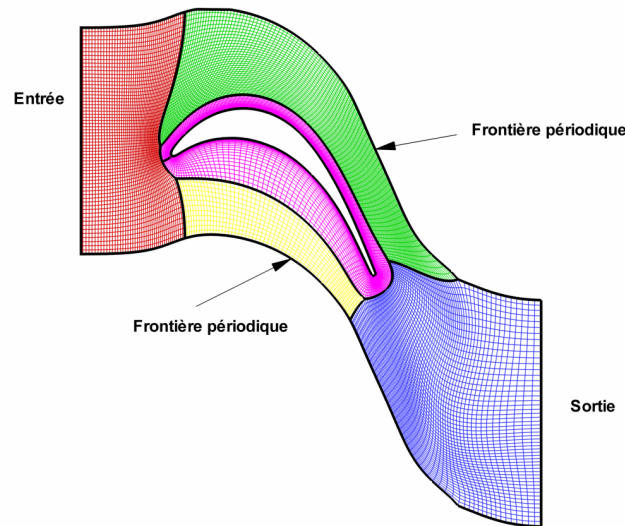


FIGURE 5.9 – T106C - Vue du maillage bidimensionnel

	Ni	Nj
H amont	45	65
H extrados	93	37
H intrados	57	13
O	209	59
H aval	53	53

TABLE 5.3 – T106C - Dimensions du maillage

Dans le plan d'entrée, une condition d'injection subsonique est employée et dans le plan de sortie une condition de pression statique imposée. Les conditions sont adaptées pour obtenir le nombre de Reynolds voulu ainsi qu'un nombre de Mach de sortie de 0,65. La variable de turbulence k est imposée dans le plan d'injection afin d'obtenir le taux de turbulence désiré : 0,8% ou 1,8% . Comme pour les cas précédemment traités en aérothermique, la variable ω est imposée pour satisfaire un nombre de Reynolds de turbulence voulu dans le plan d'entrée. Pour

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

le taux de turbulence de 0,8% il a été imposé à travers ω un nombre de Reynolds de turbulence Re_T de 1 et pour le taux de 1,8% un nombre de Reynolds de turbulence Re_T de 10 en accord avec les observations adressées dans le chapitre précédent : pour un taux de turbulence de l'ordre de 1%, une bonne pratique est d'imposer un nombre de Reynolds de turbulence de l'ordre de l'unité et pour un taux de turbulence supérieur à 1% il est recommandé d'imposer un nombre de Reynolds de turbulence de l'ordre de la dizaine. Le limiteur de *Zheng* est également utilisé.

Sur le plan numérique, les paramètres suivants ont été employés :

- le schéma spatial de Roe
- le limiteur de Van Albada
- la clé *elsA psiRoe* imposée à la valeur 0.05
- le schéma temporel d' *Euler rétrograde*

Seul le schéma numérique de Roe a été employé, le schéma de Jameson menant à une solution qui diverge. La convergence est atteinte après 10 000 itérations, le champ aérodynamique initial étant un champ uniforme.

5.1.3 Analyse des résultats stationnaires bidimensionnels

5.1.3.1 Simulations en considérant un taux de turbulence $Tu=0,8\%$

Les distributions de nombre de Mach isentropique sont reportées sur la figure 5.10 pour un nombre de Reynolds de 250 000. La figure 5.10 permet de comparer les distributions expérimentales et numériques lorsque la simulation est de type tout turbulent et lorsque le modèle de transition est employé. La simulation tout turbulent, comme attendue, ne prévoit pas l'apparition d'un bulbe de décollement, le plateau de nombre de Mach isentropique n'est pas capturé. L'emploi du modèle de transition permet de corriger cette d fici nce et même de prévoir de manière très correcte le plateau de nombre de Mach isentropique. Le pic de vitesse est également bien estimé par la simulation numérique employant le modèle de transition.

La figure 5.11 permet de mettre en évidence une fois de plus la présence d'un bulbe de décollement lorsqu'on emploie le modèle de transition et son absence lorsque la simulation est de type tout turbulent en comparant les frottements pariétaux suivant la direction de l'écoulement ou frottements pariétaux longitudinaux sur l'extrados. Pour la simulation tout turbulent on observe que les valeurs de frottement sont toujours positives et ne deviennent jamais négatives.

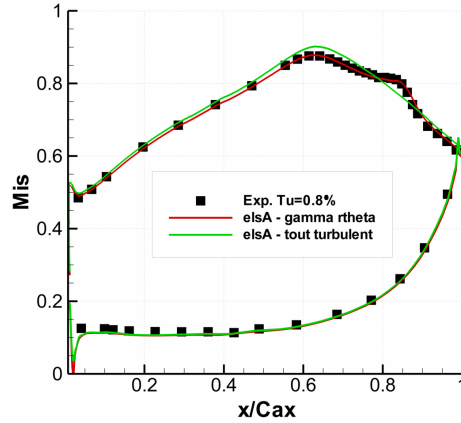


FIGURE 5.10 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 250 000, $Tu=0,8\%$

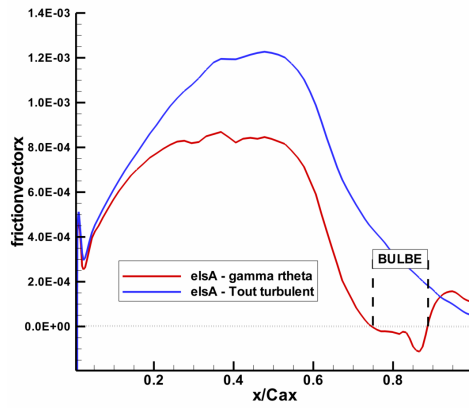


FIGURE 5.11 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinale à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 250 000, $Tu=0,8\%$

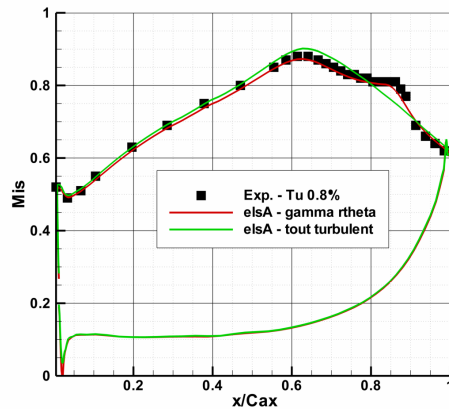


FIGURE 5.12 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

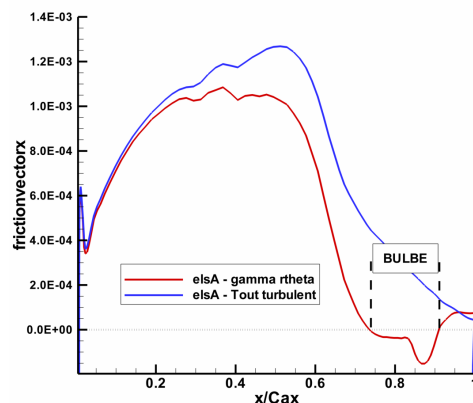


FIGURE 5.13 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$

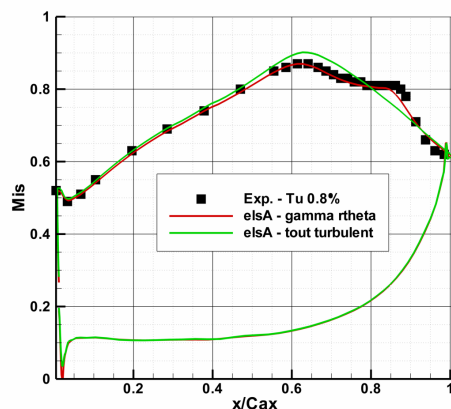


FIGURE 5.14 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$

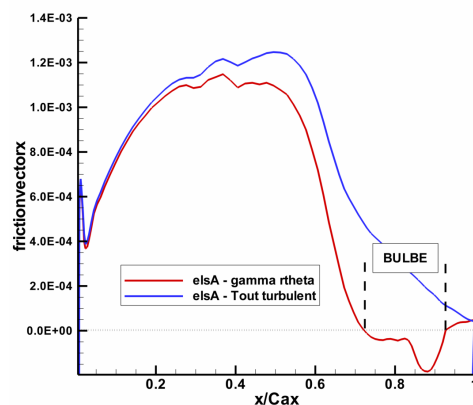


FIGURE 5.15 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinales à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$

A plus faible nombre de Reynolds, c'est à dire pour une valeur de 160 000, le bulbe de décollement qui est toujours de type court est bien capturé par la simulation numérique avec la modélisation de la transition tandis que la simulation numérique de type tout turbulent ne prévoit toujours pas de bulbe de transition comme le suggère les distributions de nombre de Mach isentropique portées sur la figure 5.12 ainsi que les distributions de frottement pariétal longitudinal présentes sur la figure 5.13. Des conclusions analogues peuvent être adressées lorsque le nombre de Reynolds est de 140 000 après examen des résultats présentés sur les figures 5.14 et 5.15.

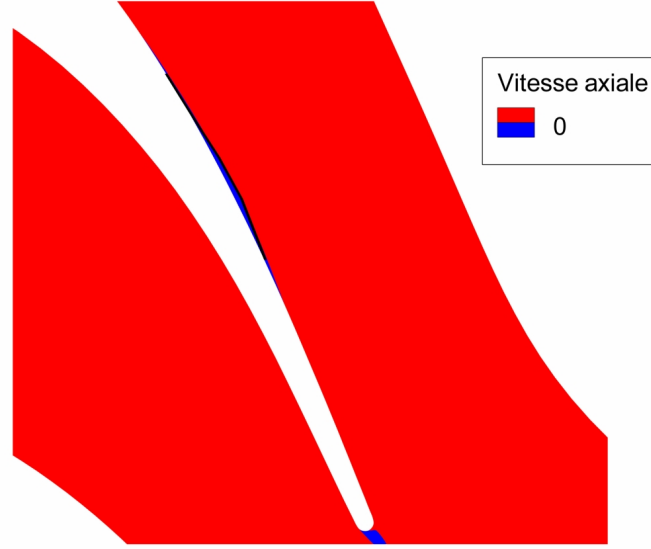


FIGURE 5.16 – T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$

Il est représenté sur la figure 5.16 les isocontours de vitesse axiale dans le cas où le nombre de Reynolds est de 140 000. Seulement deux niveaux de couleurs apparaissent sur la figure afin de mettre en évidence les zones où la vitesse axiale est positive (en rouge sur la figure) et les zones où la vitesse axiale est négative (en bleu sur la figure). Ceci permet de distinguer les zones de recirculation et ainsi de visualiser la présence du bulbe de décollement sur l'aube. Le caractère "court" du bulbe est bien en évidence : le bulbe est présent sur une partie limitée de l'aube et l'épaisseur du bulbe est peu importante. Notons que pour une meilleure visibilité il a été réalisé un zoom au niveau de cette zone et que l'aube n'est pas visible dans son intégralité car dans ce dernier cas la présence du bulbe est très peu visible.

La modélisation de la transition par bulbe de décollement à l'aide du modèle de transition $\gamma - \overline{Re}_\theta$, nous l'avons vu dans le second chapitre de ce mémoire, s'effectue à travers une fonction d'intermittence pour laquelle des valeurs supérieures à 1.0 sont autorisées (cf. page 46). Afin de mettre en évidence que c'est cette fonction qui permet de modéliser et donc de contrôler la longueur du bulbe de décollement il est représenté sur la figure 5.17 les isocontours de la fonction d'intermittence effective γ_{eff} et sur la figure 5.18 les isocontours de l'énergie cinétique de turbulence adimensionnée k . La ligne noire représentée sur ces deux figures délimite la zone de vitesse axiale négative présente dans la recirculation du bulbe de décollement. On constate sur la figure 5.17 que des valeurs supérieures à 1.0 sont rencontrées pour le scalaire γ_{eff} (cf. page 47) ce qui indique que la fonction d'intermittence est bien active dans cette zone.

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

Cette fonction d'intermittence s'active au niveau de l'épaisseur maximale du bulbe ce qui est en accord avec la théorie exposé dans le premier chapitre de ce mémoire. On remarque qu'en amont de cette zone le modèle de transition se comporte de sorte que l'intermittence prend déjà des valeurs de 1.0 mais le bulbe continue de se développer. C'est au niveau où l'intermittence prend des niveaux supérieurs à 1.0 que le développement du bulbe est stop . Au delà le bulbe commence à disparaître. Cela est du   la production de turbulence qui se déclenche en ce point où l'intermittence prend des valeurs supérieures à 1.0 et que l'on peut constater sur la figure 5.18.

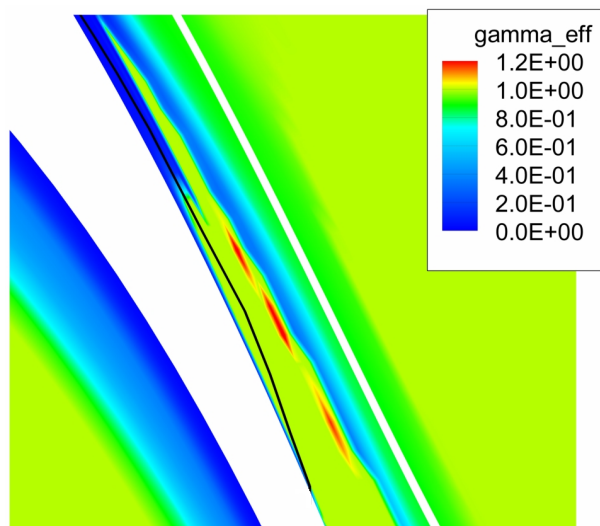


FIGURE 5.17 – T106C - Isocontours du scalaire γ_{eff} , simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$

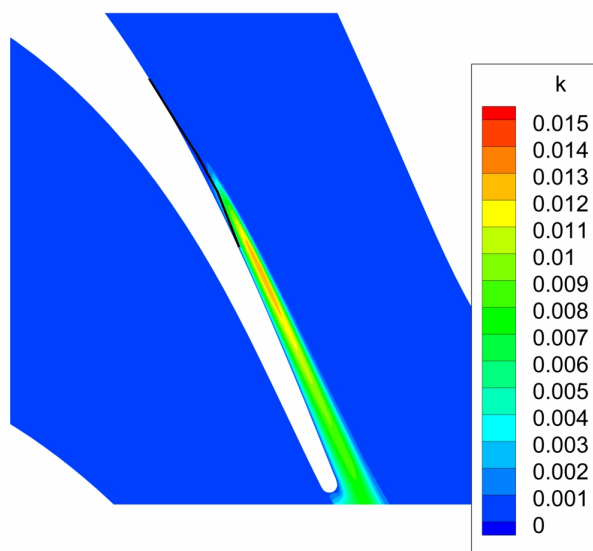


FIGURE 5.18 – T106C - Isocontours d'énergie cinétique de turbulence adimensionnée k , simulation pour un nombre de Reynolds de 140 000, $Tu=0,8\%$

Arts et al. [20] ont montré que pour le nombre de Reynolds de 120 000, le recollement à la paroi de l'écoulement intervenait encore avant le bord de fuite mais que pour des nombres de Reynolds plus faibles un bulbe ouvert prenait place. La simulation numérique à l'aide du

modèle de transition réussit à prévoir ce comportement du bulbe si l'on se réfère aux figures 5.19 et 5.20. Ces deux figures sont des visualisations des isocontours de vitesse axiale. Le recollement de l'écoulement avant le bord de fuite pour le nombre de Reynolds de 120 000 est perceptible ainsi que le bulbe ouvert pour le nombre de Reynolds de 100 000 ce qui est en bon accord avec les analyses de Arts et al. [20].

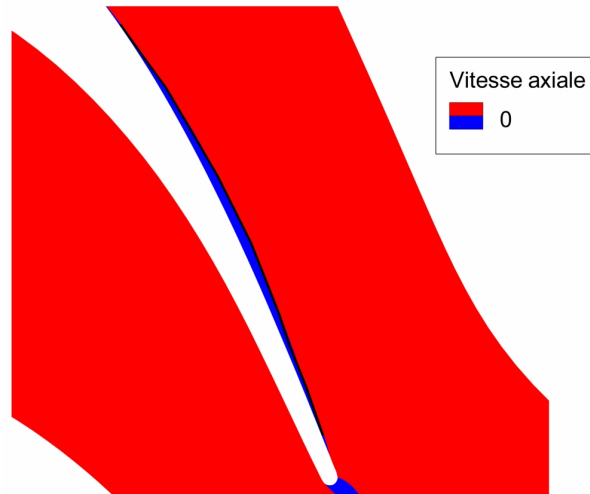


FIGURE 5.19 – T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$

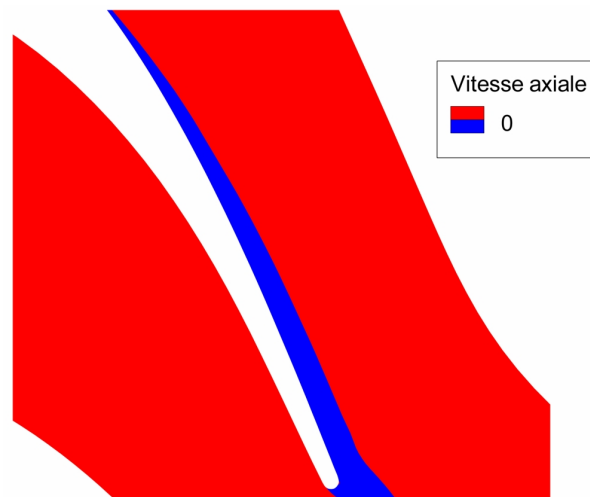


FIGURE 5.20 – T106C - Isocontours de vitesse axiale, simulation pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$

D'après les figures 5.21 et 5.22 sur lesquelles sont représentées les distributions de frottement pariétal confirment que le bulbe de décollement est de type "ouvert" pour un nombre de Reynolds de 100 000 et qu'il y a recollement juste avant le bord de fuite pour un nombre de Reynolds de 120 000.

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

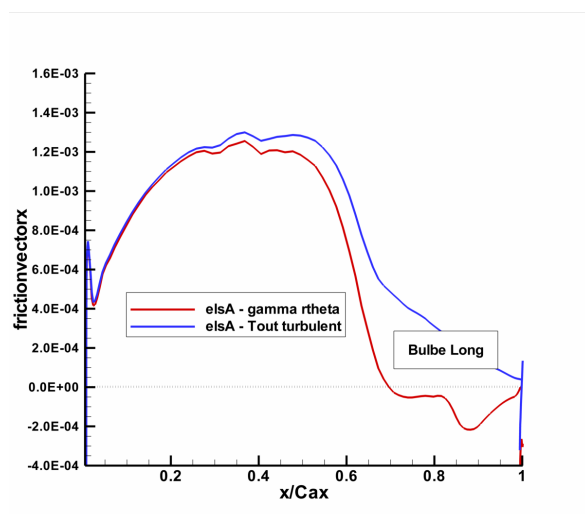


FIGURE 5.21 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$

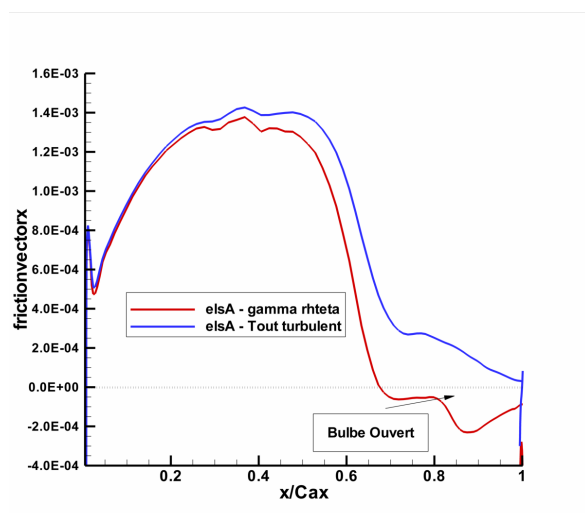


FIGURE 5.22 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinal à l'extrados pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$

Pour ces deux nombres de Reynolds, les distributions expérimentales de nombre de Mach isentropique sont bien prévues par simulation numérique en tenant compte de la transition d'après les figures 5.23 et 5.24 sur lesquelles sont représentées les nombres de Mach isentropique. Pour le nombre de Reynolds le plus faible, c'est à dire 80 000, le décollement massif est relativement bien prévu à l'aide du modèle de transition si l'on se réfère aux distributions de nombre de Mach isentropique de la figure 5.25. Néanmoins le pic de vitesse est sur-estimé.

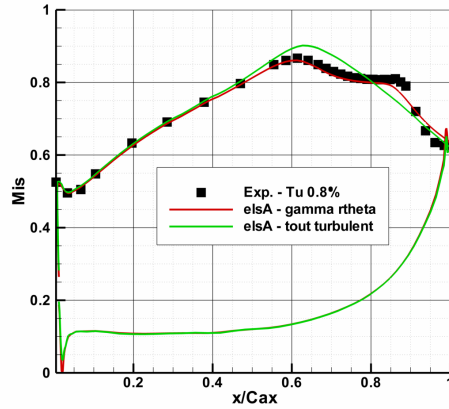


FIGURE 5.23 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 120 000, $Tu=0,8\%$

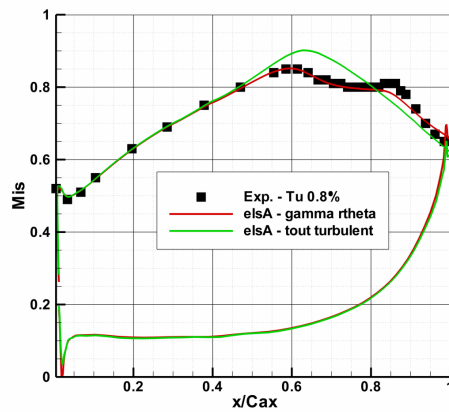


FIGURE 5.24 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$

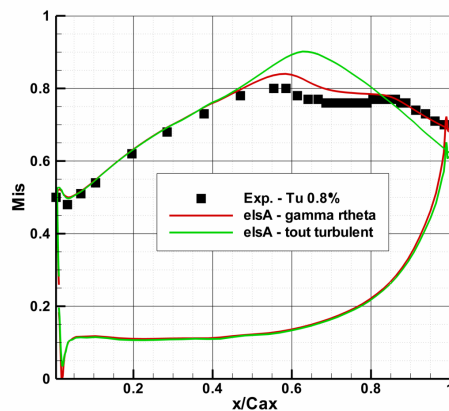


FIGURE 5.25 – T106C - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique pour un nombre de Reynolds de 80 000, $Tu=0,8\%$

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

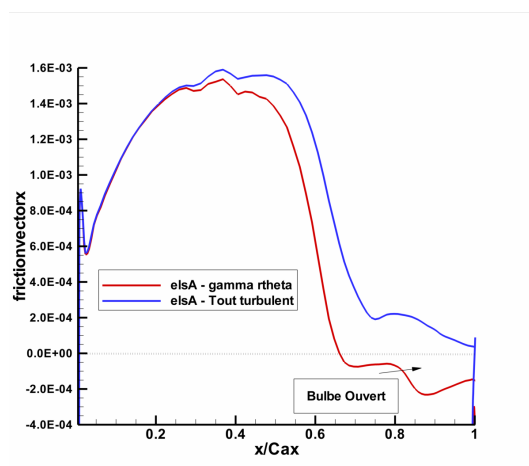


FIGURE 5.26 – T106C - Comparaison des distributions numériques de frottement pariétal longitudinales pour un nombre de Reynolds de 80 000, $Tu=0,8\%$

L'évolution du frottement pariétal longitudinal sur l'extrados confirme qu'un bulbe ouvert prend place sur l'extrados (cf. figure 5.26)

La courbe des pertes exprimées en fonction du nombre de Reynolds peut être tracée à l'aide des données numériques et comparée à la courbe expérimentale. Les performances du modèle de transition peuvent ainsi être critiqu es en terme de prévision des pertes. Ces courbes sont données sur la figure 5.27.

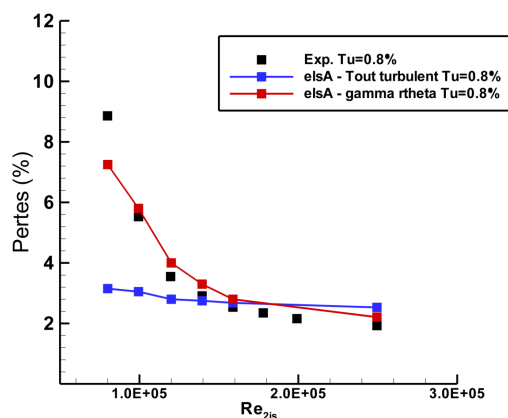


FIGURE 5.27 – T106C - Evolutions des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats de simulations numériques aux données expérimentales, $Tu=0,8\%$

La simulation numérique tout turbulent prévoit un niveau constant de pertes en fonction du nombre de Reynolds car aucun bulbe de décollement n'apparaît pour aucun nombre de Reynolds, les pertes sont uniquement dues au frottement pariétal.   l'inverse les pertes estimées à l'aide des simulations numériques avec la modélisation de la transition sont en bon accord avec les pertes mesurées. La tendance expérimentale est bien capturée puisque lorsque le nombre de Reynolds diminue les pertes augmentent avec une hausse brutale lors de l'apparition du bulbe long. Pour tous les nombres de Reynolds, les écarts entre les pertes estimées et les pertes mesurées sont

faibles hormis pour le plus faible nombre de Reynolds de 80 000. Cela confirme l'analyse des distributions de nombre de Mach isentropique pour le nombre de Reynolds de 80 000 : la qualité des prévisions se dégrade pour ce point. De manière générale les estimations des pertes à l'aide du modèle de transition sont très bonnes validant les bonnes prévisions de nombre de Mach isentropique. En complément de la figure 5.27, les profils de déficit de pression totale à l'aval suivant un pas inter-aube (*pitch*) sont donnés sur la figure 5.28. La largeur des sillages est bien prévue par les deux approches lorsque le nombre de Reynolds est supérieur à 140 000. A plus bas nombre de Reynolds, les simulations faisant appel au modèle de transition présentent moins d'écart par rapport à l'expérience que les simulations tout turbulent.

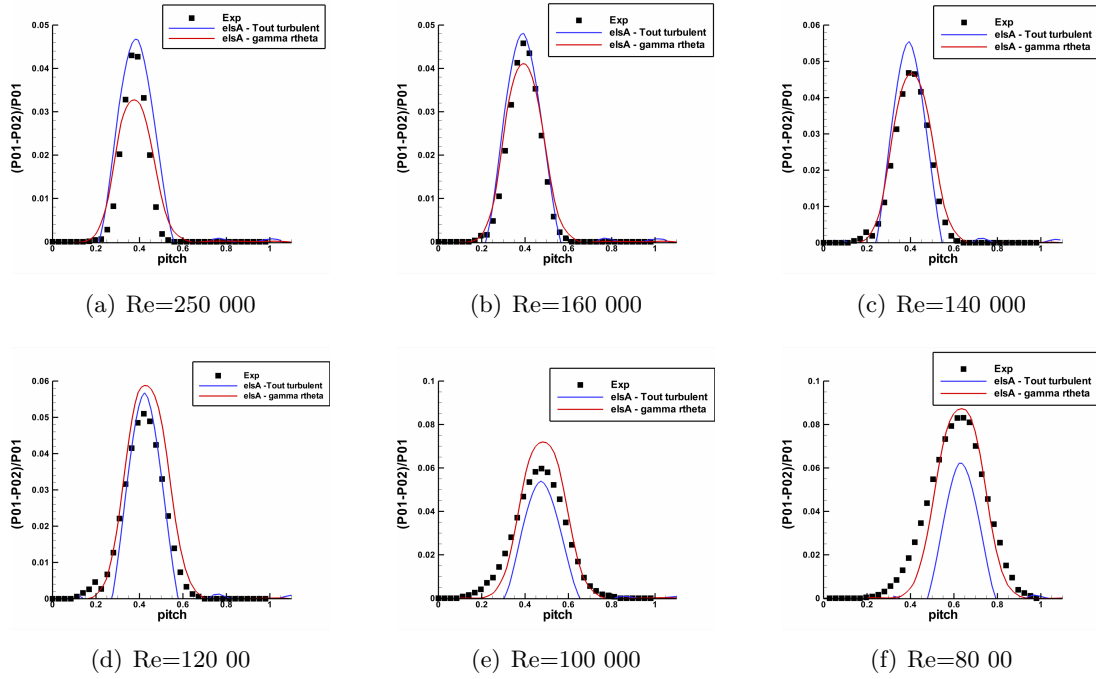


FIGURE 5.28 – T106C - Profils de déficit de pression total à l'aval de la grille, $Tu=0,8\%$

Les angles de sortie prévus par simulation sont comparés aux angles mesurés par Arts et al. [20] sur la figure 5.29. La simulation tout turbulent prévoit un angle constant sur la plage de nombres de Reynolds considérés ce qui n'est pas correct vis à vis de l'expérience. La simulation à l'aide du modèle de transition permet de corriger cette d fici nce et de prévoir correctement la tendance expérimentale notamment le changement d'angle de sortie de l'écoulement lorsque le bulbe de décollement est de type ouvert. Toutefois, c'est uniquement la tendance expérimentale qui est correctement capturée et non la valeur mesurée puisque, excepté pour le nombre de Reynolds de 100 000, des écarts de 1 à 2 degrés sont visibles. On constate donc que, bien que les pertes et les sillages sont bien estimées par CFD, l'angle de sortie de l'écoulement demeure mal estimée par CFD c'est à dire avec une erreur d'au moins 1 degré.

Notons qu'il s'est avéré difficile de tirer de ces travaux numériques un critère global de transition par bulbe de décollement semblable aux critères de Roberts ou Mayle (cf. page 28). La confrontation de ces résultats numériques aux critères globaux n'a également pas pu être menée. Ceci est lié au fait que la détermination de l'épaisseur intégrale de couche limite, notamment au point de séparation et de transition, est peu précise voire impossible par simulation CFD.

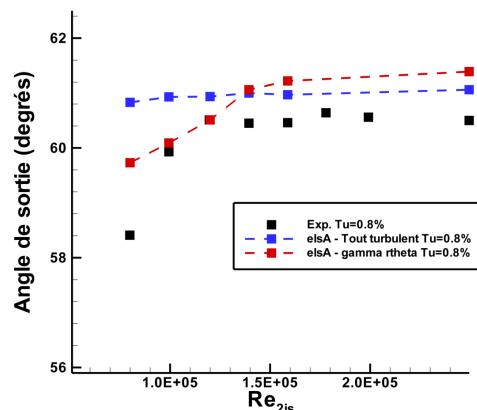


FIGURE 5.29 – T106C - Evolution de l'angle de sortie moyen de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats de simulations numériques avec les données expérimentales, $Tu=0,8\%$

Des travaux sont en cours avec le code *elsA* afin d'améliorer et de fiabiliser la détermination de l'épaisseur intégrale de couche limite. Il serait intéressant, une fois ces développements validés, d'analyser si les modèles globaux sont vérifiés ou pas.

5.1.3.2 Simulations en considérant un taux de turbulence $Tu=1,8\%$

L'augmentation du taux de turbulence et son effet sur la transition laminaire turbulent ont été analysés en menant des simulations numériques en considérant le taux de turbulence de 1,8%. Les distributions de nombre de Mach isentropique sont représentées sur la figure 5.30. Si pour le nombre de Reynolds le plus élevé les prévisions par simulation numérique sont en bon accord avec les données expérimentales, à plus faible nombre de Reynolds des écarts apparaissent. La taille du bulbe de décollement semble être légèrement sous-estimée puisque le plateau de nombre de Mach isentropique est moins marqué sur les courbes issues des simulations numériques. Au plus faible nombre de Reynolds, la sous-estimation de la taille du bulbe de décollement et le recollement trop précoce sont bien visibles car le plateau de nombre de Mach sur la courbe provenant des simulations numériques disparaît rapidement par rapport à la courbe provenant des mesures expérimentales. Le pic de vitesse est surestimé à ce nombre de Reynolds.

En terme d'estimation des pertes, la légère sous estimation de la taille du bulbe aperçue pour la gamme de nombres de Reynolds [160 000 - 100 000] ne cause pas d'écarts remarquables entre les pertes estimées et les pertes mesurées comme l'indique la figure 5.31 sur laquelle sont reportées les pertes. Pour le plus faible nombre de Reynolds, l'estimation par CFD des pertes présente en revanche des écarts importants vis à vis de la mesure. L'analyse des courbes figurant sur la figure 5.31 suggère de plus que la tendance expérimentale n'est pas bien capturée pour le taux de turbulence de 1,8% car l'augmentation brutale des pertes lorsque le nombre de Reynolds passe sous la valeur de 100 000 n'est pas prévue alors que la tendance expérimentale était bien prévue précédemment pour le taux de turbulence de 0,8%. Globalement, l'effet du taux de turbulence sur la nature du bulbe de décollement et sur la diminution des niveaux de pertes est bien pris en compte par le modèle de transition. L'angle de sortie moyen de l'écoulement

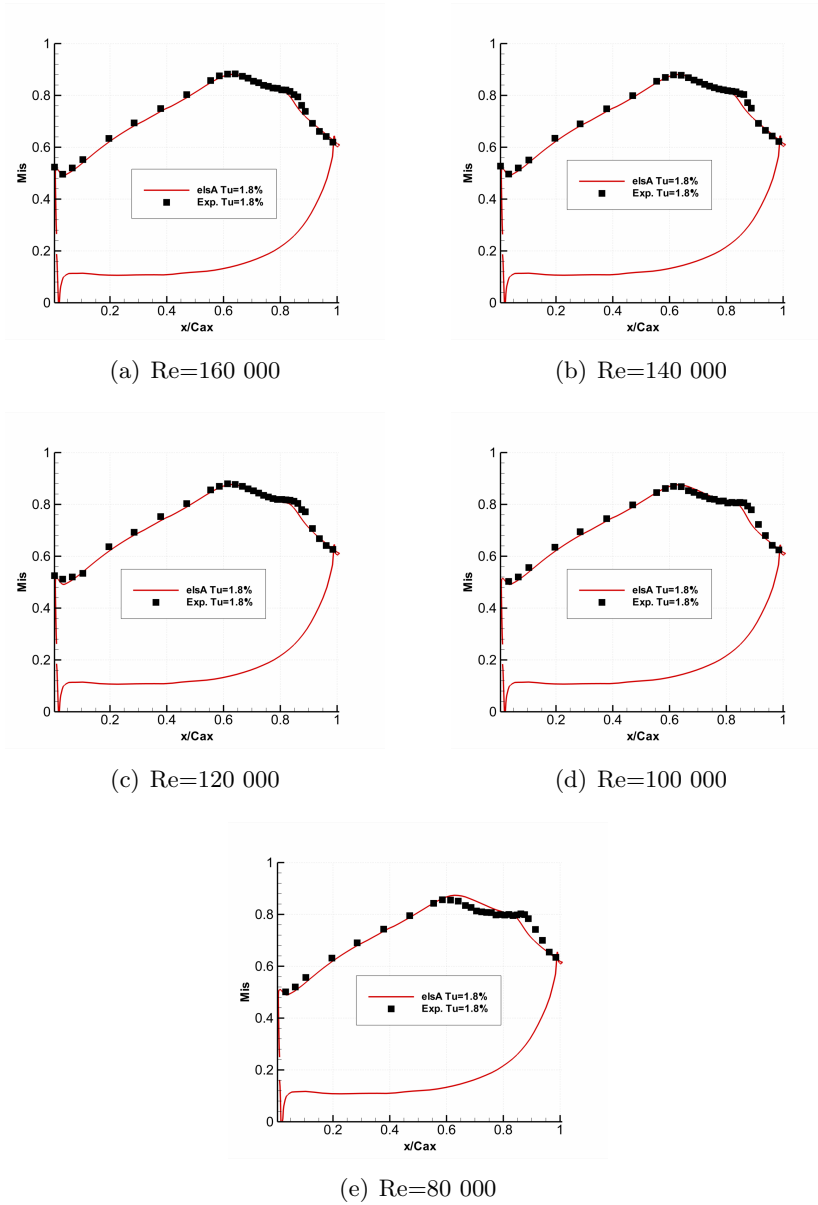


FIGURE 5.30 – T106C - Comparaison des distributions numériques et expérimentales de nombre de Mach isentropique, $Tu=1,8\%$

est ici, comme précédemment pour le taux de turbulence de $0,8\%$, également surestimé par les simulations numériques (cf. figure 5.32). Cet angle est surévalué d'environ 1 degré. La tendance expérimentale apparaît comme relativement bien prévue sauf au plus faible nombre de Reynolds où l'amorce d'un changement d'angle de sortie moyen n'est pas capturée par la simulation numérique.

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

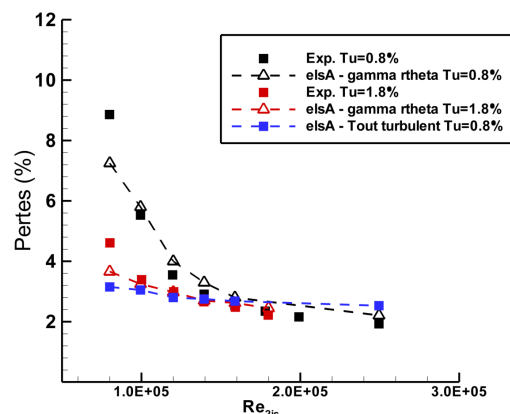


FIGURE 5.31 – T106C - Evolutions des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats provenant de simulations numériques aux données expérimentales, $Tu=1,8\%$

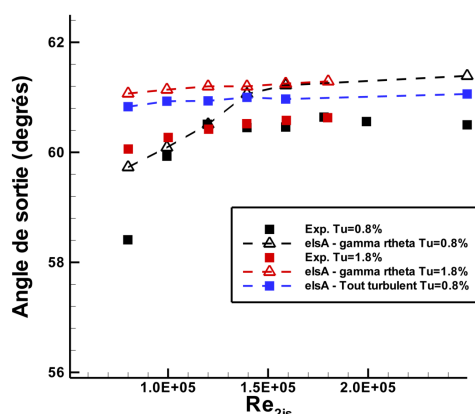


FIGURE 5.32 – T106C - Evolutions de l'angle de sortie moyen en fonction du nombre de Reynolds : comparaison des résultats des simulations numériques avec les données expérimentales , $Tu=1,8\%$

5.1.4 Comparaison entre simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles

Les simulations réalisées jusqu'à présent étaient de type bidimensionnelles car les caractéristiques géométriques de l'aubage permettaient d'émettre l'hypothèse que l'écoulement est bidimensionnel à mi-hauteur de veine. Dans l'industrie et dans le milieu de la recherche, il est plus courant d'employer des simulations tridimensionnelles étant donné la complexité des géométries. Afin de vérifier que les analyses précédentes restent vraies si la simulation est de type tridimensionnelle et ainsi valider les conclusions précédentes concernant les performances du modèle, des simulations tridimensionnelles sont effectuées. Nous nous bornons à deux cas différents tous deux pour le plus faible taux de turbulence (i.e. $Tu=0,8\%$) : le cas $Re = 60000$ pour lequel le bulbe de décollement long et le cas $Reynolds = 100000$ pour lequel le bulbe est ouvert. Le maillage dans le plan aube à aube est identique au maillage bidimensionnel visualisé sur la figure 5.9. Le maillage tridimensionnel consiste en une superposition sur 129 nappes du maillage aube à aube.

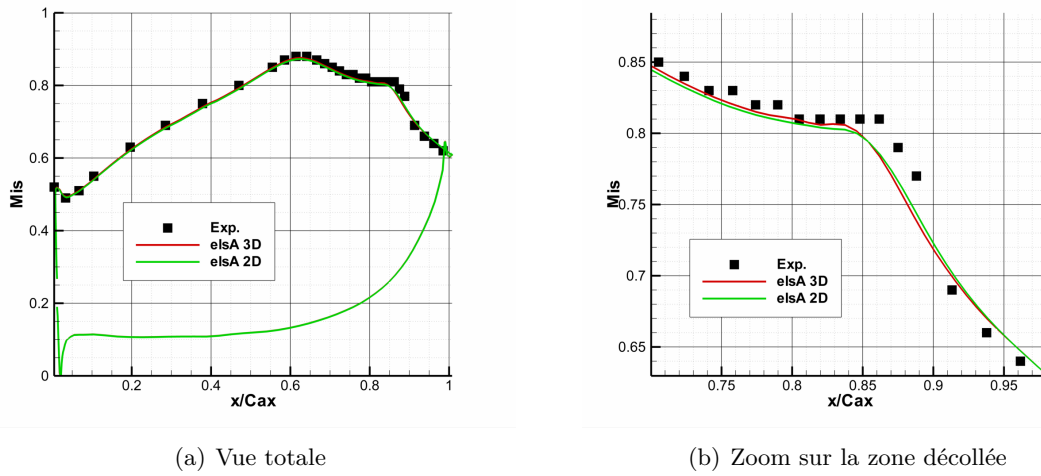


FIGURE 5.33 – Comparaison des distributions bidimensionnelles et tridimensionnelles de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$, nombre de Reynolds de 160 000

Les distributions de nombre de Mach isentropique provenant des simulations bidimensionnelle et tridimensionnelle pour un nombre de Reynolds de 160 000 sont comparées sur la figure 5.33. On constate une concordance quasi parfaite entre les deux distributions, seuls quelques très minces écarts sont visibles dans la zone où est présent le bulbe de d coll ement. Ces écarts minimes apparaissent également sur la figure 5.34 sur laquelle sont tracées et comparées les distributions de frottement pariétal. Les isocontours de frottement pariétal longitudinaux sur l'aubage ainsi que les lignes de frottement à la paroi sont données sur la figure 5.35. La zone de d coll ement sur l'extrados, reconnaissable aux valeurs négatives de frottement pariétal, est ici aussi bien mise en évidence ainsi que le recollement avant le bord de fuite à mi hauteur de veine. On remarque également que l'écoulement à mi-hauteur de veine est de type "bidimensionnel" ce qui conforte et valide l'hypothèse prise dans le précédent chapitre d'utiliser un maillage bidimensionnel.

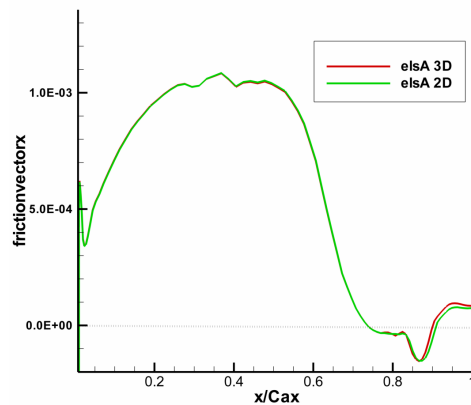


FIGURE 5.34 – T106C - Comparaison des distributions de frottement pariétal longitudinal des simulations numériques bi et tridimensionnelles pour un nombre de Reynolds de 160 000, $Tu=0,8\%$

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

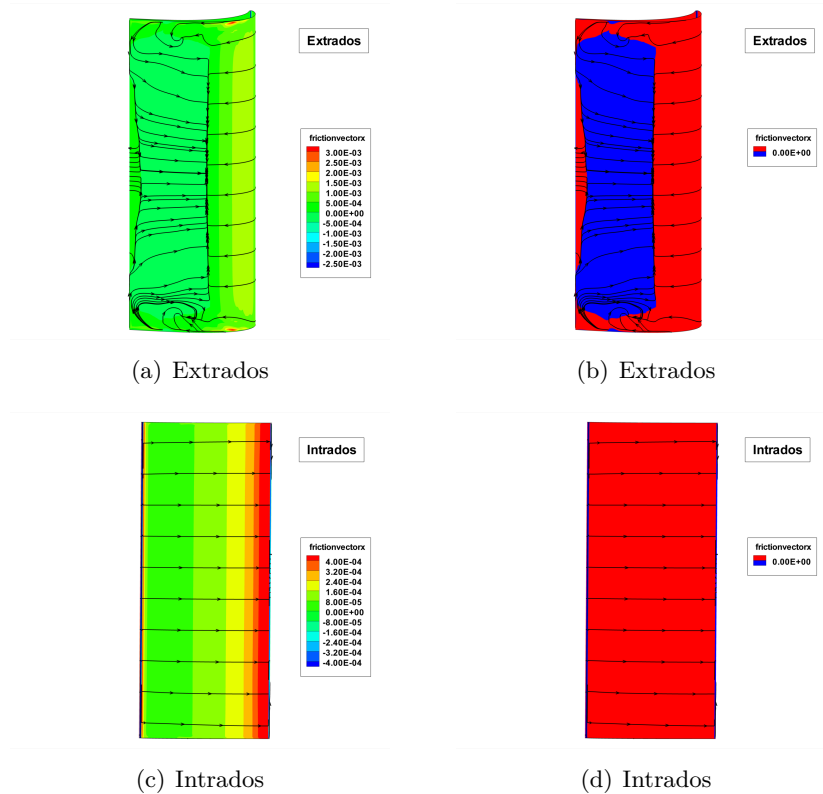


FIGURE 5.35 – T106C - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=1,8\%$, nombre de Reynolds de 160 000

Lorsque le nombre de Reynolds est de 100 000, le même comportement est observé : on constate des écarts minimes dans la zone de décollement entre les résultats bidimensionnels et tridimensionnels, les résultats sur le reste de l'aubage étant identiques comme l'indique les figures 5.36 et 5.37. Les isocontours de frottement pariétal longitudinal sont reportés sur la figure 5.38 indiquant que le bulbe est de type *bulbe ouvert*.

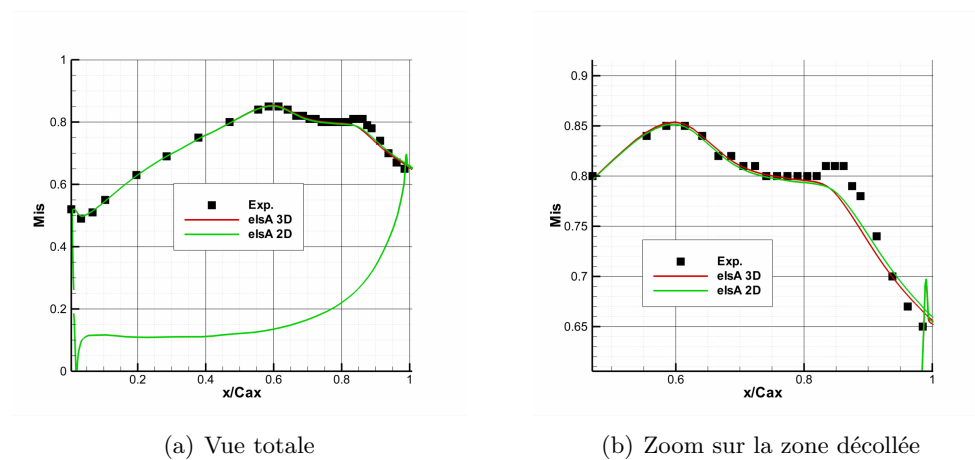


FIGURE 5.36 – Comparaison des distributions bidimensionnelle et tridimensionnelle de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$, nombre de Reynolds de 100 000

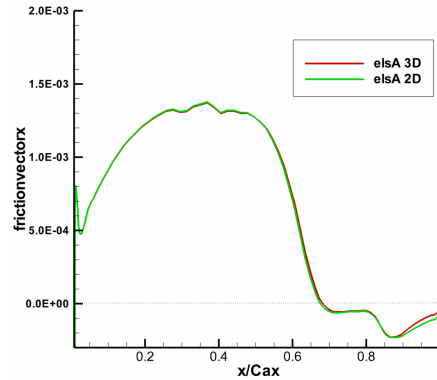


FIGURE 5.37 – T106C - Comparaison des distributions de frottement pariétal longitudinal des simulations numériques bi et tridimensionnelles, nombre de Reynolds de 100 000, $Tu=0,8\%$

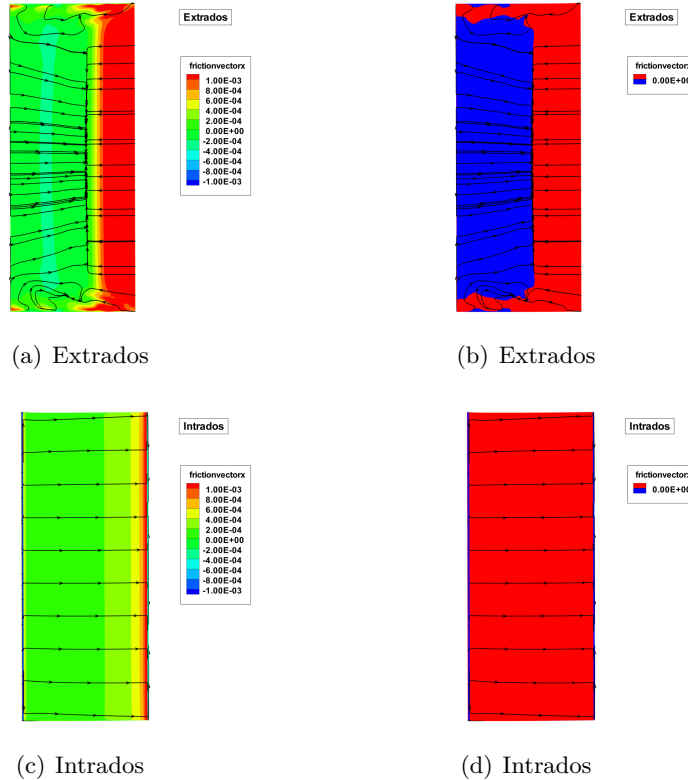


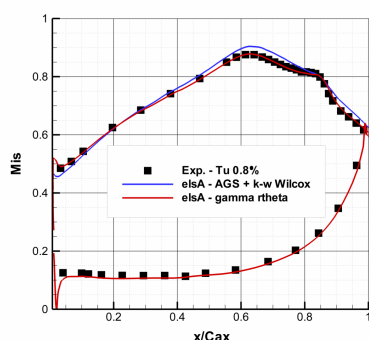
FIGURE 5.38 – T106C - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=1,8\%$, nombre de Reynolds de 100 00

5.1.5 Comparaison avec l'approche par critères de transition algébriques

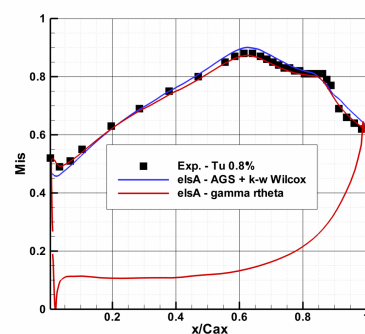
Pour le plus faible taux de turbulence de 0,8%, la nouvelle approche de modélisation de la transition laminaire-turbulent est ici comparée à l'approche standard faisant appel à des critères de transition algébriques. Le modèle de turbulence $k - \omega$ de *Wilcox* est employé ainsi que le critère de transition d'*Abu-Ghannam et Shaw* noté *AGS* pour l'approche par critère algébrique. Une étude menée par la SNECMA dans le cadre du programme de recherche *TATMo* a montré

5.1. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T106C

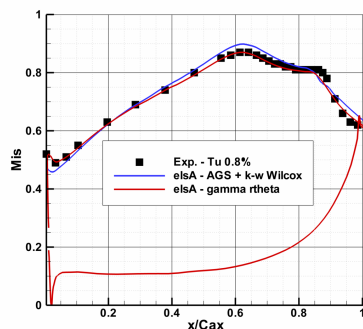
que ce modèle de turbulence associé à ce critère de transition donnait les meilleurs résultats pour l'approche par critère de transition algébrique avec le code *elsA* [131]. Les travaux de De Saint Victor [130] portant sur la simulation du cas de l'aube T106C   l'aide du code *elsA* confirment que le critère *AGS* est celui qui fournit les meilleures prévisions. Les distributions de nombre de Mach isentropique des deux approches sont comparées sur la figure 5.39. A iso nombre de Reynolds les deux approches fournissent des résultats en bonne concordance et l'effondrement du pic de vitesse à bas nombre de Reynolds est bien capturé.



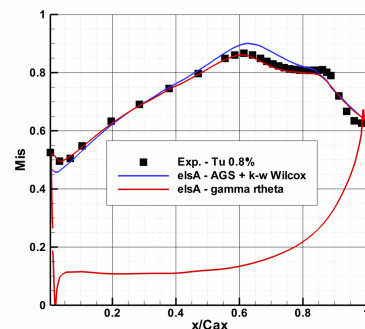
(a) Re=250 000



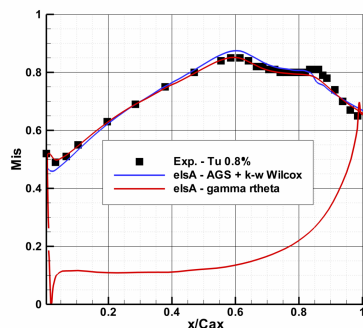
(b) Re=160 000



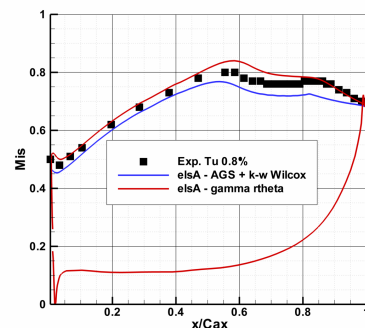
(c) Re=140 000



(d) Re=120 000



(e) Re=100 000



(f) Re=80 000

FIGURE 5.39 – T106C - Comparaison entre l'approche par modélisation de la transition par équations de transport et l'approche par critères algébriques des distributions numériques de nombre de Mach isentropique, Tu=0,8%

Les estimations de pertes et d'angle moyen de l'écoulement sont comparées sur les figures 5.40 et 5.41. Les deux approches livrent des résultats similaires pour les nombres de Reynolds compris entre 100 000 et 250 000 et en bon accord avec les pertes mesurées par Arts et al. [20]. Les valeurs moyennes de l'angle de sortie de l'écoulement sont également très similaires entre les deux approches pour cette gamme de nombre de Reynolds. Au plus faible nombre de Reynolds, 80 000, des écarts entre les estimations des deux approches apparaissent. L'approche par critère algébrique surestime les pertes tandis que l'approche par équations de transport les sous estime. L'angle moyen de sortie de l'écoulement est, de même, soit sousestim  soit surestimé. Aucune des deux méthodes ne permet une prévision correcte des pertes ou de l'angle moyen de l'écoulement en sortie à ce bas nombre de Reynolds.

Au final les deux approches semblent livrer des résultats comparables.

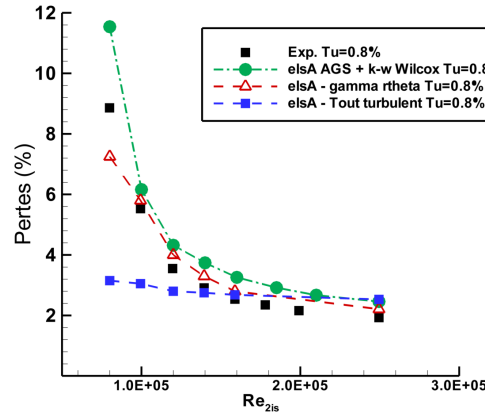


FIGURE 5.40 – T106C - Evolution des pertes (ζ) en fonction du nombre de Reynolds : comparaison de la nouvelle approche par équations de transport à l'approche par critères algébriques, $Tu=0,8\%$

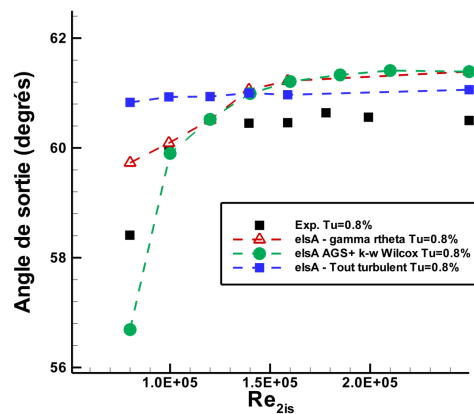


FIGURE 5.41 – T106C - Evolution de l'angle moyen de l'écoulement en sortie en fonction du nombre de Reynolds : comparaison de la nouvelle approche par équations de transport à l'approche par critères algébriques, $Tu=0,8\%$

5.2. Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont

5.2 Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont

5.2.1 Présentation des données expérimentales

La transition instationnaire appliquée à l'aubage T106C a été étudiée au VKI par Arts lors des projets de recherche *UTAT* et *TATMo*. A l'aide de barreaux défilants devant le montage ayant servi à réaliser des mesures stationnaires, des sillages sont générés et viennent impacter la grille d'aubes. On peut voir sur la figure 5.42 un schéma de principe du montage expérimental. Des distributions moyennes en temps de nombre de Mach isentropique sont fournies par les auteurs ainsi que l'évaluation des pertes moyennes en temps. Les conditions expérimentales ainsi que les caractéristiques du montage sont décrites dans le tableau 5.4.

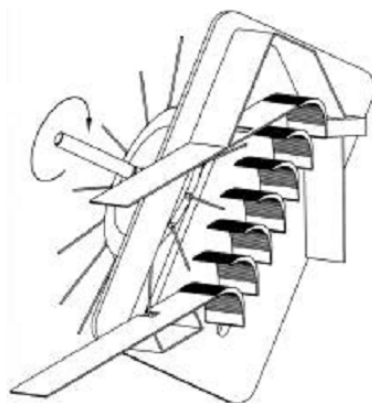


FIGURE 5.42 – T106C - Schéma de principe du montage de "barreaux défilant"

Diamètre des barreaux (mm)	2
Vitesse de rotation des barreaux (tr/min)	3000
Fréquence des sillages (Hz)	1600
Fréquence réduite=fréquence X corde / vitesse	0,68
Nombre de Mach en sortie	0,65
Nombre de Reynolds	[80 000 - 160 000]

TABLE 5.4 – T106C - Conditions d'écoulements et caractéristiques du montage pour l'expérience portant sur la transition instationnaire

Bien que les nombres de Reynolds étudiés couvrent la gamme [80000 – 160000] les sillages à l'aval des barreaux et impactant l'aubage n'ont été caractérisés que lors du programme *UTAT* à travers des mesures de la pression totale et de l'angle de l'écoulement sur deux pas inter-aubes pour des nombres de Reynolds de 100 000 et 140 000 .

5.2.2 Modélisation des sillages sous *elsA*

Le code *elsA* permet d'imposer une condition d'injection instationnaire de type sillage défilant. Cette condition aux limites consiste à imposer une cartographie de pression totale relative, de température totale relative, de direction relative de l'écoulement et des propriétés de la turbulence dans le plan d'entrée. Les caractéristiques du défilement de cette cartographie lors du

calcul sont à renseigner dans le script de lancement du code *elsA*. Les mesures fournies par le VKI à l'aval des barreaux ont permis de créer cette cartographie et ainsi d'imposer un sillage défilant. La figure 5.43 représente la cartographie de sillage imposée dans le plan d'entrée en termes de pression totale relative, d'énergie cinétique de turbulence et d'angle de l'écoulement. Les données sur cette figure sont adimensionnées suivant l'adimensionnement standard en simulation d'écoulement en turbomachine à l'aide du code *elsA*. Le sillage est situé au niveau de la zone à la pression totale relative est la plus faible et l'énergie cinétique de turbulence la plus élevée. La figure 5.44 représente elle le sillage en terme de déficit de vitesse, la référence U_{ref} étant la vitesse hors du sillage.

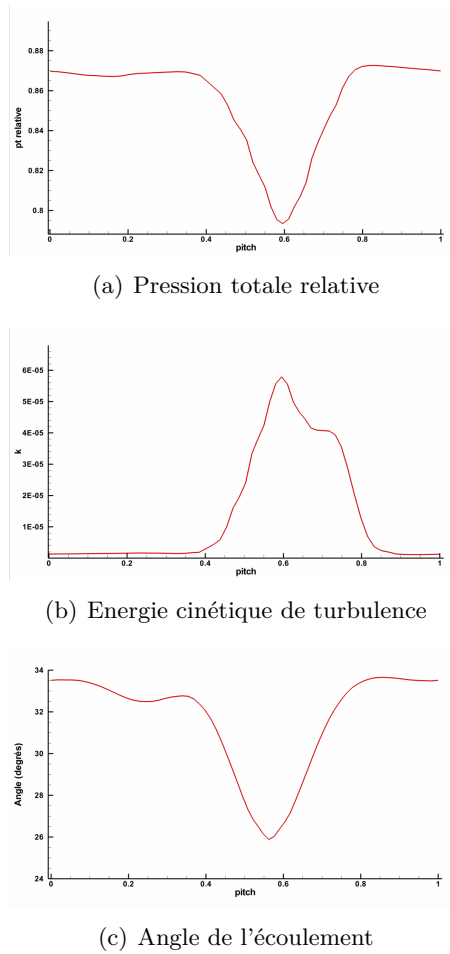


FIGURE 5.43 – T106C - Cartographie imposée pour modéliser les sillages amont : pression totale relative (pt relative), énergie cinétique de turbulence (k), angle de l'écoulement. Grandeurs adimensionnées

Sur le plan numérique, le maillage est constitué uniquement de 5 nappes et car seul l'écoulement à mi-hauteur d'aube est analysé. Rappelons que les mesures en aval de la grille d'aube sont effectuées à mi hauteur de veine, il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte les zones de moyeu et de carter en simulation numérique. La simulation est de type instationnaire, le schéma d'intégration en temps étant le schéma d'*Euler rétrograde*. Une période de passage des sillages est décrite par 1600 itérations. Lardeau et al. [132] qui ont réalisé des simulations de type RANS instationnaire pour traiter le cas de la transition instationnaire sur les aubages de turbine basse pression recommandent de décrire le passage d'un sillage avec au minimum

5.2. Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont

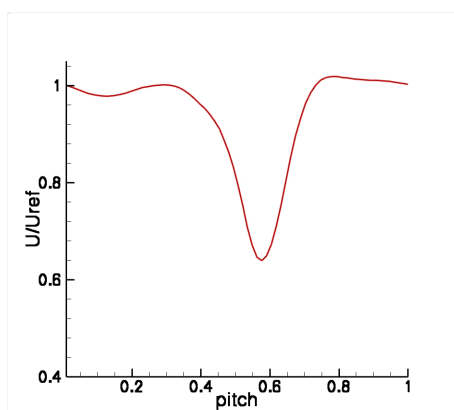


FIGURE 5.44 – T106C - Profil de vitesse imposé dans le plan d'entrée pour la simulation instationnaire, U_{ref} est la vitesse hors du sillage

800 itérations. Le choix de prendre 1600 itérations a été effectué pour répondre à cette recommandation. La fréquence de passage des sillages étant de 1600Hz le pas de temps est donc de $dt = 1/(1600^2) = 3,9.10^{-7}s$.

5.2.3 Résultats numériques instationnaires à nombre de Reynolds de 100 000

La convergence en débit est atteinte rapidement comme l'indique la figure 5.45. Les débits sont périodiques sur une période de passage T soit 1600 itérations.

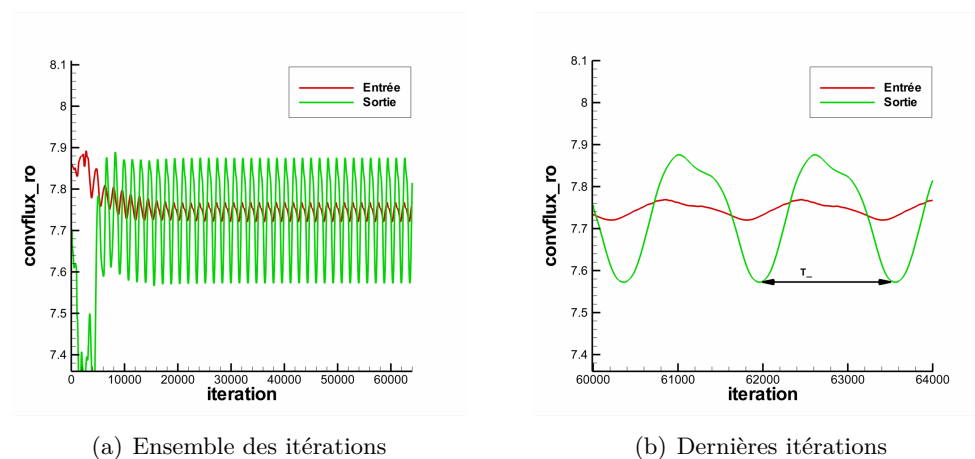


FIGURE 5.45 – T106C - Convergence en débit pour la simulation instationnaire, nombre de Reynolds de 100 000

A convergence, l'évolution du sillage entre le plan d'injection et le plan de sortie est analysée à l'aide des isocontours d'énergie cinétique de turbulence exposés sur la figure 5.46 pour quatre instants différents de la période de passage T . L'évolution du sillage est ici similaire à la description faite par Hodson et al. [1] (cf. page 21) et aux descriptions adressées à l'issue de simulations de type LES ou URANS.

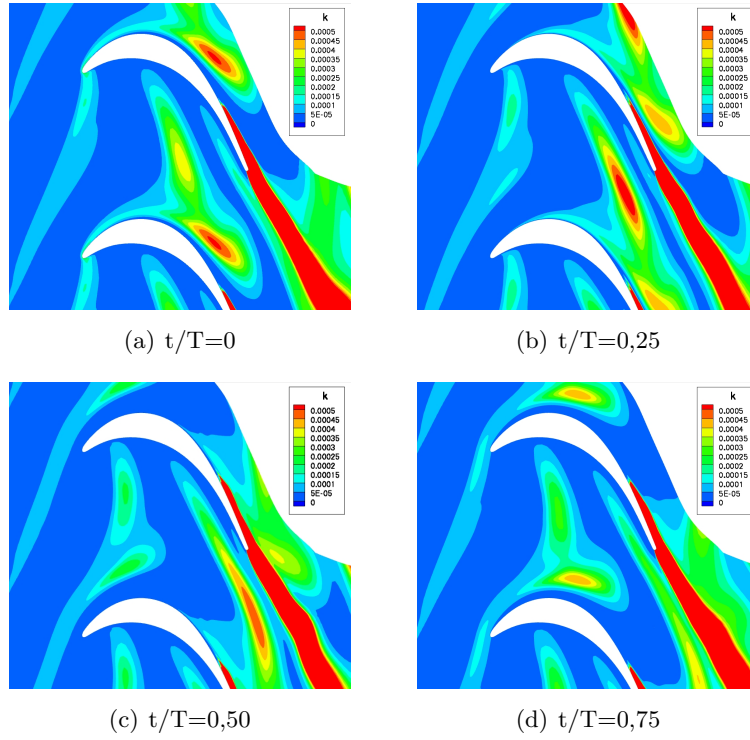


FIGURE 5.46 – Isocontours d’énergie cinétique de turbulence adimensionnée : mise en évidence de la déformation du sillage, nombre de Reynolds de 100 000

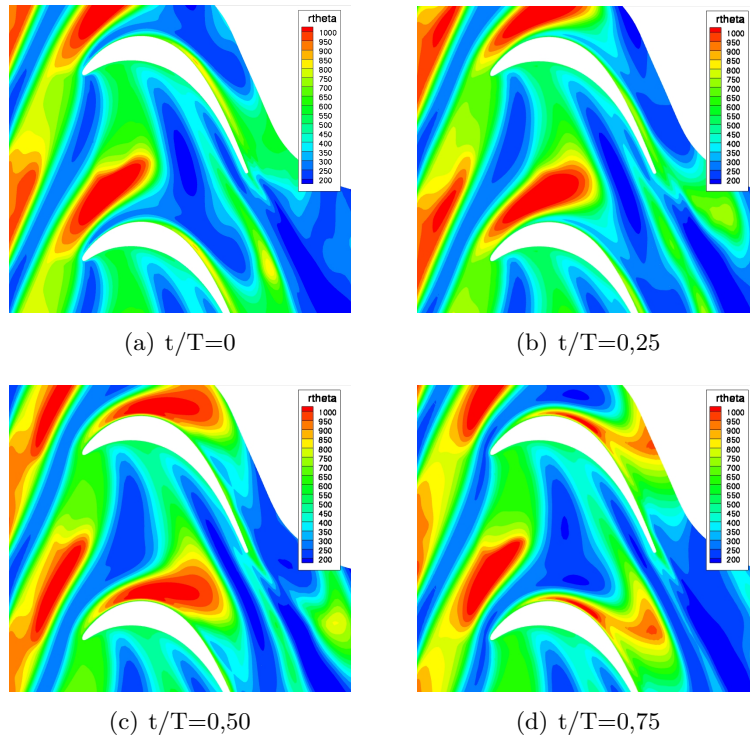


FIGURE 5.47 – T106C - Isocontours de la seconde variable de transition \overline{Re}_θ , nombre de Reynolds de 100 000

5.2. Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont

La représentation de la convection du sillage peut aussi être effectuée à l'aide des isocontours de la seconde variable de transition \overline{Re}_θ . Cette représentation permet de vérifier que le sillage est correctement modélisé en terme de valeurs de \overline{Re}_θ . Cette représentation du sillage à l'aide des isocontours de la seconde variable de transition \overline{Re}_θ est donnée sur la figure 5.47 pour une période T . Le sillage est identifiable sur cette figure aux zones en bleu de faibles valeurs pour \overline{Re}_θ . La convection du sillage est correctement capturée sur une période et il y a concordance entre les figures 5.46 et 5.47.

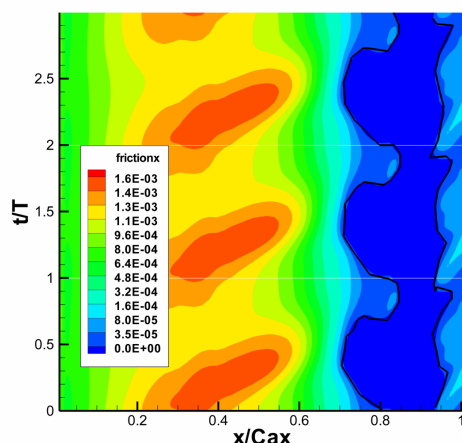


FIGURE 5.48 – T106C - Evolution du frottement longitudinal à la paroi sur l'extrados sur trois périodes, nombre de Reynolds de 100 000

La figure 5.48 représente le frottement longitudinal à la paroi sur l'extrados sur trois périodes. Les lignes en noir indiquent le point de décollement et de recollement de l'écoulement. Le passage du sillage permet de diminuer l'étendue du décollement sans l'inhiber totalement. De plus, par rapport au cas stationnaire qui présente un bulbe ouvert, il y a, à chaque instant, recollement de l'écoulement à la paroi avant le bord de fuite. Le sillage amont a donc permis de réduire le décollement sur l'extrados mais finalement n'a pas entraîné une suppression totale du bulbe de décollement, même sur une courte longueur. Le phénomène de *calming* n'est ici pas observé. Hodson et Zang [133] qui se sont intéressés à l'effet des sillages amont sur la transition instationnaire pour l'aubage T106C lors de travaux expérimentaux tirent les mêmes conclusions de leurs mesures expérimentales : le bulbe de décollement à ce nombre de Reynolds pour cette aube fortement chargée ne disparaît pas même avec la prise en compte de sillages. Les résultats de simulation numérique sont donc en accord avec leurs observations.

La distribution moyenne sur une période de nombre de Mach isentropique après dépouillement des résultats de simulation est reportée sur la figure 5.49 et comparée à la distribution expérimentale instationnaire moyenne fournie par le VKI. Les résultats stationnaires sont également reportés sur la figure 5.49. Les sillages engendrent une modification de l'angle d'attaque de l'écoulement qui induit une diminution du nombre Mach isentropique à cet endroit. Cette diminution mesurée expérimentalement est correctement capturée par la simulation numérique. Le pic de vitesse moyen est sous estimé par la simulation numérique. De Saint Victor [130] a démontré que le pic de vitesse était très sensible à l'angle d'attaque de l'écoulement et qu'une variation d'un degré peut engendrer une importante diminution du pic de vitesse. Cet aspect soulevé par de Saint Victor [130] peut expliquer pourquoi le pic de vitesse est sous estimé. Dans la zone de décélération de l'écoulement, la tendance expérimentale est bien capturée

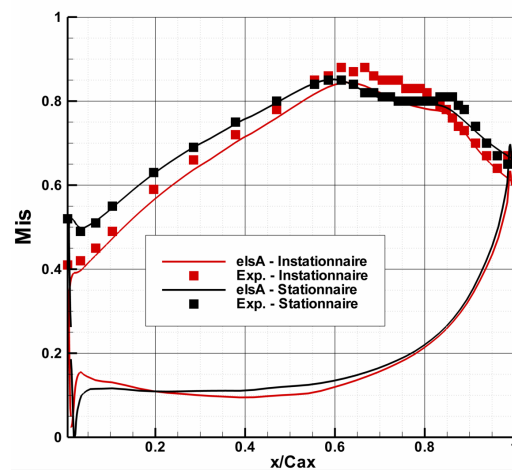


FIGURE 5.49 – T106C - Distributions stationnaire et instationnaire moyennées sur une période des nombres de Mach isentropique sur l'extrados, nombre de Reynolds de 100 000

par la simulation numérique. La comparaison des données instationnaires aux mêmes données stationnaires, aussi bien dans le cadre de l'expérience que de la simulation numérique, met bien évidence l'apport bénéfique des sillages sur la réduction du bulbe de décollement : le plateau de nombre de Mach isentropique est réduit lorsque les sillages sont pris en compte.

Les résultats obtenus pour cette première simulation sont encourageants et en assez bonne concordance avec les mesures expérimentales. Une deuxième simulation est réalisée correspondant au cas où le nombre de Reynolds est de 140 000. A convergence l'évolution du frottement longitudinal à la paroi du côté de l'extrados est donnée sur la figure 5.50, la distribution moyenne sur une période de nombre de Mach isentropique donnée sur la figure 5.51. Le bulbe de décollement demeure toujours présent sur l'extrados pour ce cas à nombre de Reynolds plus élevé et le phénomène de *calming* est, ici aussi, pas observé numériquement. La distribution moyenne de nombre de Mach isentropique provenant des résultats de simulation numérique reflète la présence d'un bulbe décollement à la position $x/Cax = 0,85$ car un petit plateau apparaît (au niveau de la flèche bleue). A l'inverse la distribution moyenne obtenue par mesures expérimentales ne reflète pas ce petit plateau et semble indiquer que le bulbe disparaît.

Le modèle de transition ne semble donc pas prévoir correctement la transition instationnaire dans ces conditions de nombre de Reynolds. La modélisation de la transition par bulbe de décollement doit donc être améliorée afin de mieux refléter les interactions sillage-bulbe de décollement.

L'analyse des capacités du modèle à prévoir la transition instationnaire se termine par une comparaison des estimations de pertes prévues par CFD aux mesures de pertes effectuées au VKI. Les pertes sont moyennées sur une période de passage. Les différentes estimations des pertes sont synthétisées dans le tableau 5.5. Il y a une légère surestimation des pertes pour les deux conditions d'écoulement. L'expérience indique que les pertes tendent à diminuer lorsque le nombre de Reynolds augmente tandis que la simulation numérique prévoit des pertes constantes dans les deux cas. Cela est lié à la présence d'un bulbe de décollement "important" sur l'extrados dans la simulation numérique pour les deux conditions d'écoulement tandis que l'expérience, comme nous l'avons vu précédemment, suggère une diminution dsignificative la taille du bulbe

5.2. Etude de l'aube T106C avec la prise en compte du défilement des sillages amont

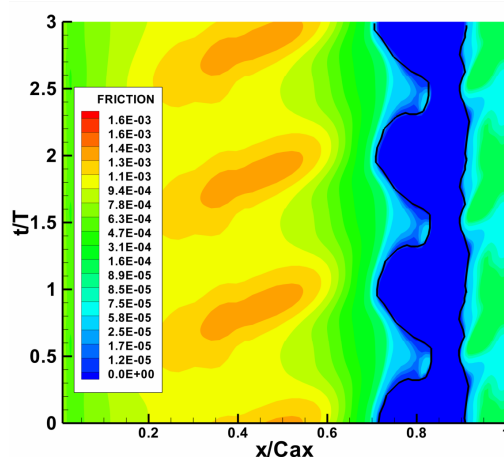


FIGURE 5.50 – T106C - Evolution du frottement longitudinal à la paroi sur l'extrados sur trois période, nombre de Reynolds de 140 000

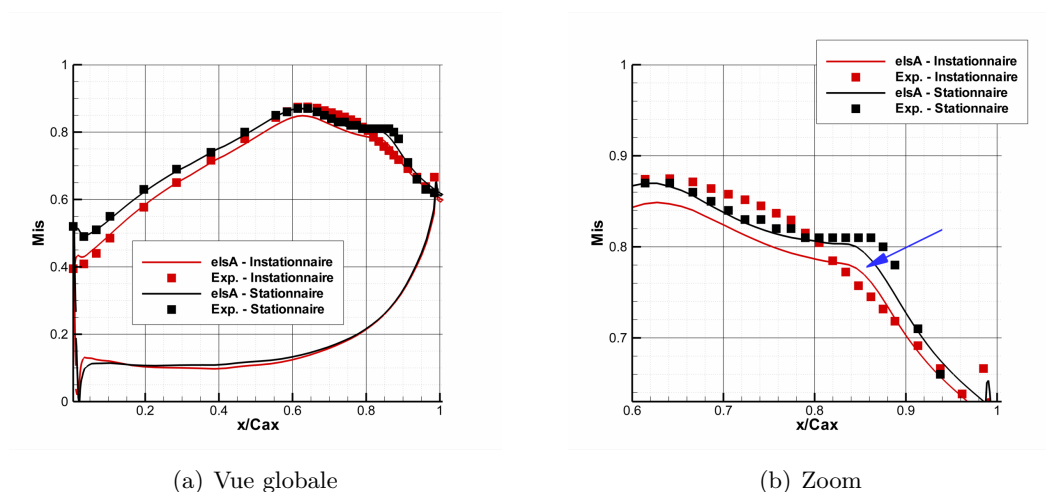


FIGURE 5.51 – T106C - Distributions stationnaire et instationnaire moyennées sur une période de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, nombre de Reynolds de 140 000

lorsque le nombre de Reynolds augmente de 100 000 à 140 000.

	Nombre de Reynolds : 100 000	Nombre de Reynolds : 140 000
Pertes mesurées (%)	4,0	3,86
Pertes estimées (%)	4,3	4,25

TABLE 5.5 – T106C - Comparaison des pertes (ζ) estimées par simulations numériques aux pertes mesurées

5.3 Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108

5.3.1 Description de l'aubage T108 et des résultats expérimentaux

L'aube T108 est, comme l'aube T106C, une aube de turbine basse pression fortement chargée. L'aube T108 se distingue de l'aube T106C par un dessin diff rent : on dit que cette aube est chargée à l'avant. En effet le pic de vitesse intervient beaucoup plus proche du bord d'attaque, la décélération de l'écoulement jusqu'au bord de fuite est ainsi plus "douce". Le gradient de pression adverse sur l'extrados est donc plus faible. L'écoulement aura ainsi tendance à moins décoller de la paroi et l'apparition d'un bulbe de type long à intervenir à un plus bas nombre de Reynolds par rapport à une aube chargée comme l'aube T106C.

La figure 5.52 représente le profil de l'aube T108 dont les caractéristiques du profil sont données dans le tableau 5.6.

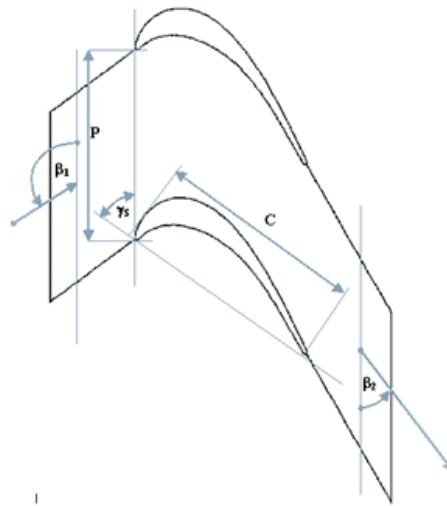


FIGURE 5.52 – T108- Profil de l'aube T108

Corde (c)	93,01 mm
Pas inter aube (P)	97,66 mm
Calage (γ_s)	30,7 degrés
Angle d'attaque (β_1)	32,7 degrés
Angle de sortie (β_2)	60,5 degrés

TABLE 5.6 – T108 - Caractéristiques géométriques du profil d'aube

L'écoulement autour de cette aubage a été caractérisé au VKI lors du programme de recherche *TATMo*. Comme pour l'aube T106C, le montage expérimental est de type grille d'aubes. Des mesures stationnaires de distribution de nombre de Mach isentropique et de pertes moyennées en aval du bord de fuite sur un pas inter aube sont disponibles. Une mesure de l'angle moyen de sortie de l'écoulement est également disponible. Les conditions d'écoulement testées au VKI sont décrites dans le tableau 5.7

Les distributions de nombre de Mach isentropique mesurées sont visibles sur la figure 5.53. La connotation de profil d'aube "chargé à l'avant" est mise en évidence sur la figure 5.53 car le pic

5.3. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108

Gamme de nombres de Reynolds	[80 000 - 200 000]
Taux de turbulence	0,8%
Nombre de Mach aval	0,6
Température totale	290K

TABLE 5.7 – T108 - Conditions d'écoulement investiguées

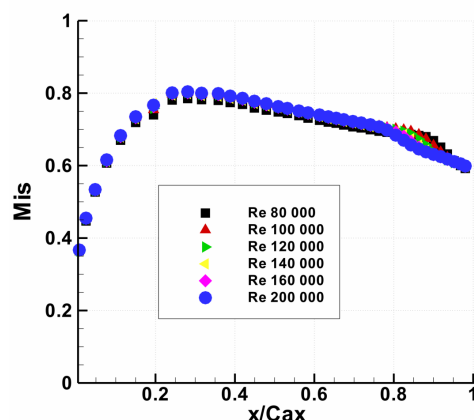


FIGURE 5.53 – T108 - Distributions à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, $Tu=0,8\%$

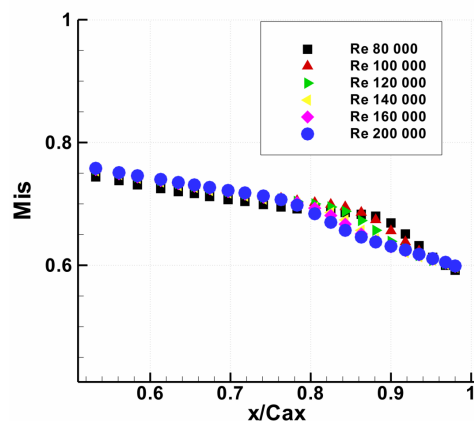


FIGURE 5.54 – T108 - Distributions à mi-hauteur de veine de nombre de Mach isentropique : zoom sur la partie aval de l'extrados, $Tu=0,8\%$

de vitesse est atteint à la position $x/Cax = 0,3$ soit bien plus proche du bord de fuite que pour le profil de l'aube T106C. La décélération "douce" de l'écoulement est également bien visible. Contrairement au profil d'aube T106C, il n'apparaît pas de manière très marquée de plateau de nombre de Mach isentropique. La décélération moins brutale de l'écoulement a semblé t-il permis de réduire sensiblement la taille du bulbe de décollement notamment aux plus faibles nombres de Reynolds. Un zoom sur la distribution de nombre de Mach isentropique sur la partie aval de l'extrados indique qu'il y a vraisemblablement bien un bulbe de décollement mais que ce bulbe reste confiné à une courte zone (cf. figure 5.54). La présence d'un bulbe de décollement sur les

distributions de nombre de Mach isentropique est plus visible pour les conditions d'écoulement correspondant à un nombre de Reynolds de 80 000 : il y a un plateau que l'on peut distinguer entre les positions $x/Cax = 0,78$ et $x/Cax = 0,88$.

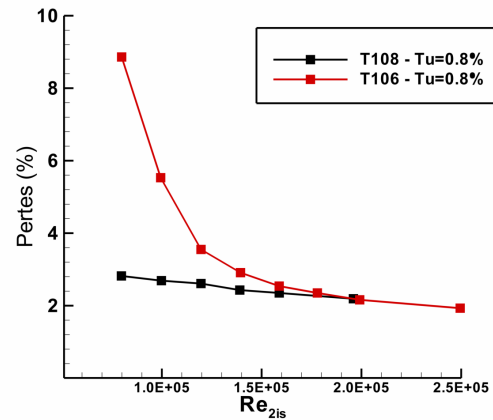


FIGURE 5.55 – T108 - Evolution des pertes (ζ)   mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

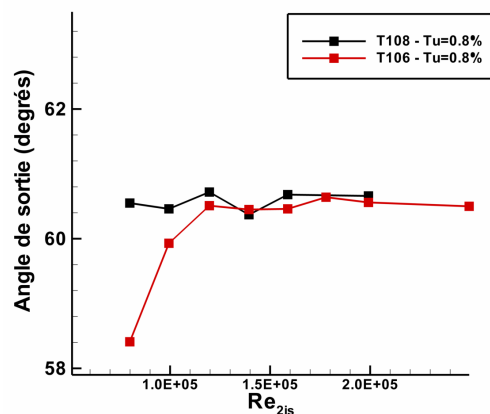


FIGURE 5.56 – T108 - Evolution de l'angle moyen de sortie de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

La mesure des pertes pour différentes conditions d'écoulement confirme qu'il n'y a pas de décollement massif qui apparaît sur l'extrados même au plus faible nombre de Reynolds comme le montre la figure 5.55 sur laquelle sont représentées les pertes en fonction du nombre de Reynolds. Les pertes sont pratiquement constantes sur toute la gamme des nombres de Reynolds étudiés ce qui traduit la persistance du bulbe dans un état de bulbe court. Le "bursting", causant l'augmentation brutale des pertes, n'apparaît pas, même pour un nombre de Reynolds de 80 000. Pour l'aube T108, l'évolution des pertes en fonction du nombre de Reynolds est très différente de l'évolution observée précédemment pour l'aube T106C car la nature du bulbe en fonction des conditions d'écoulements est différente. Le même constat peut être dressé en s'intéressant à l'évolution de l'angle moyen de sortie de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds que l'on peut visualiser sur la figure 5.56. Si pour l'aube T106C à bas nombre de Reynolds la

5.3. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108

présence d'un bulbe ouvert entraîne un changement de l'angle moyen de sortie de l'écoulement, pour l'aube T108, la présence sur toute la gamme de Reynolds d'un bulbe court permet à l'angle moyen de sortie de l'écoulement de ne pas être modifié à bas nombre de Reynolds.

5.3.2 Description du maillage et des paramètres numériques

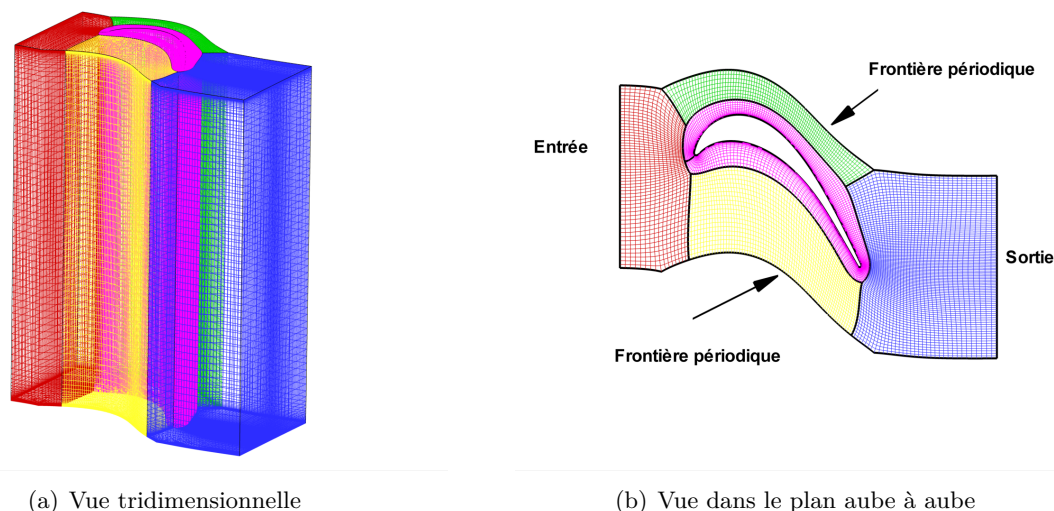


FIGURE 5.57 – T108 - Vue du maillage

	Ni	Nj	Nk
H amont	17	57	129
H extradados	89	9	129
H intrados	73	21	129
O	269	29	129
H aval	37	93	129

TABLE 5.8 – T108 - Caractéristiques du maillage

Des simulations stationnaires tridimensionnelles ont été réalisées pour traiter ce cas d'étude. Le maillage utilisé est visible sur la figure 5.57, les caractéristiques du maillage sont données dans le tableau 5.8. La hauteur de première maille à la paroi est de $1.10^{-6}m$. Les valeurs de y^+ sont au maximum de 0.3. Les paramètres numériques employés sont identiques à ceux employés lors de la simulation de l'écoulement autour de l'aube T106C :

- le schéma spatial de Roe est utilisé
- le limiteur de Van Albada lui est associé
- le coefficient de Harten (la clé *elsA psiRoe*) est imposée à la valeur 0.05 (cf. Annexe B)
- le schéma temporel de *Euler rétrograde* est choisi

Une condition d'injection subsonique est imposée dans le plan d'entrée et une condition de pression statique dans le plan de sortie pour obtenir un nombre de Mach de sortie de 0,65 et le nombre de Reynolds souhaité. La variable de turbulence k est imposée dans le plan d'injection pour correspondre à un taux de turbulence de 0,8% et la variable ω imposée pour avoir un nombre de Reynolds de turbulence Re_T de 1. Le limiteur de *Zheng* est ici également utilisé.

5.3.3 Analyse des résultats numériques

La courbe de pertes en fonction du nombre de Reynolds tracées sur la figure 5.58 indiqu au fur et à mesure que le nombre de Reynolds diminue, les prévisions par simulations sont erronées, les pertes sont de plus en plus surestimées. Il en est de même pour l'angle moyen de sortie dont l'évolution en fonction du nombre de Reynolds est mal prévue par la simulation numérique (cf. figure 5.59). Il semblerait que la simulation numérique prévoit le bursting alors que dans la réalité il ne se produit pas.

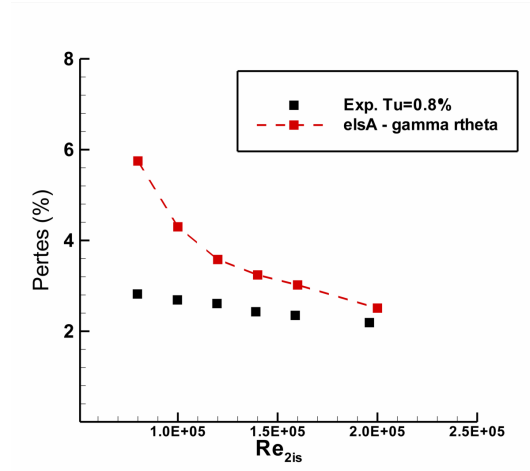


FIGURE 5.58 – T108 - Comparaison des pertes (ζ) prévues par simulation numérique et mesurées à mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

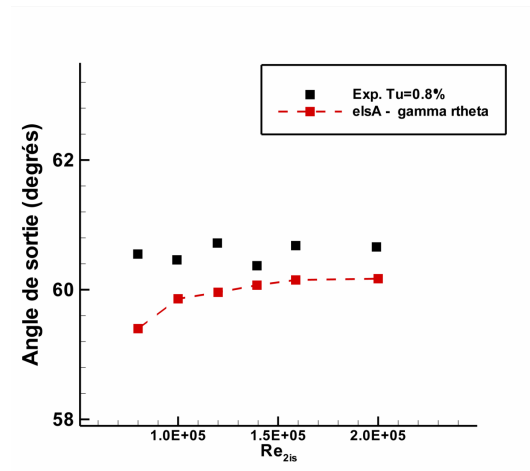
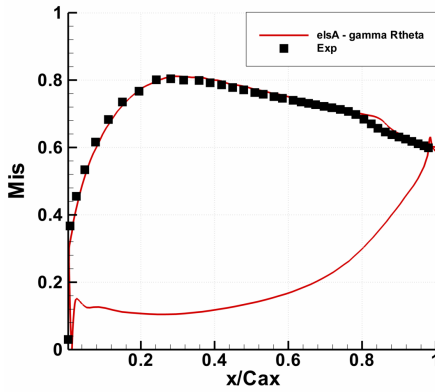


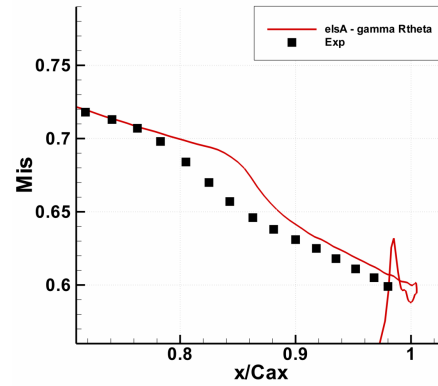
FIGURE 5.59 – T108 - Comparaison des valeurs de l'angle moyen de sortie de l'écoulement prévues par simulations numériques et mesurées à mi hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

5.3. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108

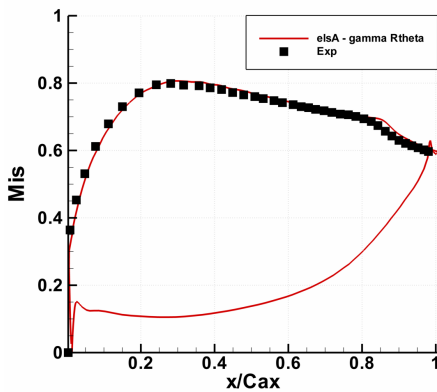
La figure 5.59 permet de comparer les distributions de nombre de Mach isentropique obtenues par simulations numériques aux distributions provenant des mesures. Pour le nombre de Reynolds le plus élevé (i.e. 200 000), un plateau apparaît sur la courbe obtenue par CFD traduisant la présence d'un bulbe de décollement situé à environ $x/Cax = 0,85$. En revanche la courbe expérimentale n'indique pas de plateau. Il y a, pour ces conditions d'écoulement, une mauvaise prévision de la distribution de nombre de Mach isentropique par le code entre les positions $x/Cax = 0,8$ et $x/Cax = 0,9$. Toutefois au delà de la position $x/Cax = 0,9$ les prévisions numériques sont correctes. Lorsque le nombre de Reynolds diminue, les écarts entre la simulation et l'expérience tendent à diminuer au niveau de cette zone car la courbe expérimentale exhibe au fur et à mesure un plateau de nombre de Mach isentropique également. L'apparition du bursting n'est pas clairement visible sur les courbes de nombres de Mach isentropiques. Pour les plus faibles nombre de Reynolds, on remarque cependant qu'au delà de la position $x/Cax = 0,9$, c'est à dire proche du bord de fuite, la distribution de nombre de Mach obtenue par simulation diffère de la distribution expérimentale. De plus, en sortie d'aube, le nombre de Mach estimé n'est plus égal à 0,6 comme c'est le cas dans l'expérience. Ces deux aspects appuie l'idée que le bulbe est de type long voire ouvert pour les faibles nombres de Reynolds.



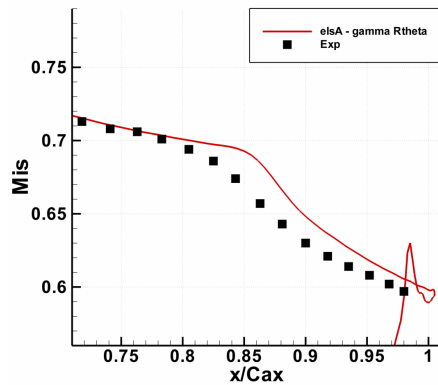
(a) Re=200 000



(b) Re=200 000 - Zoom



(c) Re=140 000



(d) Re=140 000 - Zoom

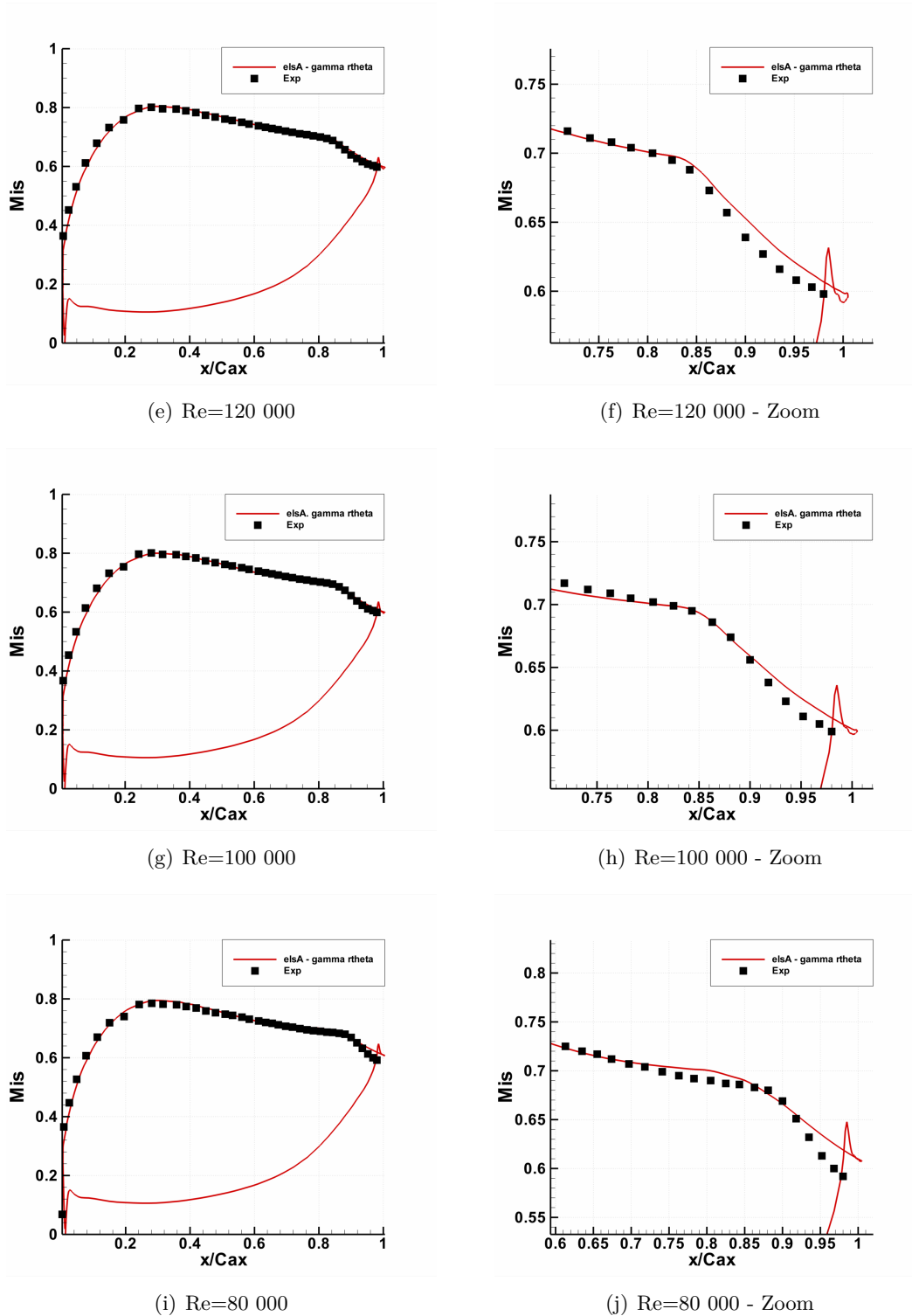


FIGURE 5.59 – T108 - Comparaison des distributions expérimentales et numériques de nombre de Mach isentropique sur l'extrados, $Tu=0,8\%$

Afin d'analyser comment se comporte, dans la simulation numérique, l'écoulement dans la zone où $x/Cax > 0,9$ et d'identifier si il y a un bubble long voire ouvert, les isocontours de frottement longitudinal à la paroi sont tracés. Ces isocontours ainsi que les lignes de frottement à la paroi

5.3. Prévision de la transition stationnaire pour l'aube T108

sont donnés sur la figure 5.60. Lorsque le nombre de Reynolds diminue, le bulbe de décollement devient de plus en plus important. Au plus faible nombre de Reynolds le bulbe est ouvert. L'augmentation de la longueur du bulbe de décollement dans la simulation numérique est clairement visible et confirme pourquoi, à faible nombre de Reynolds, les pertes sont fortement surestimées.

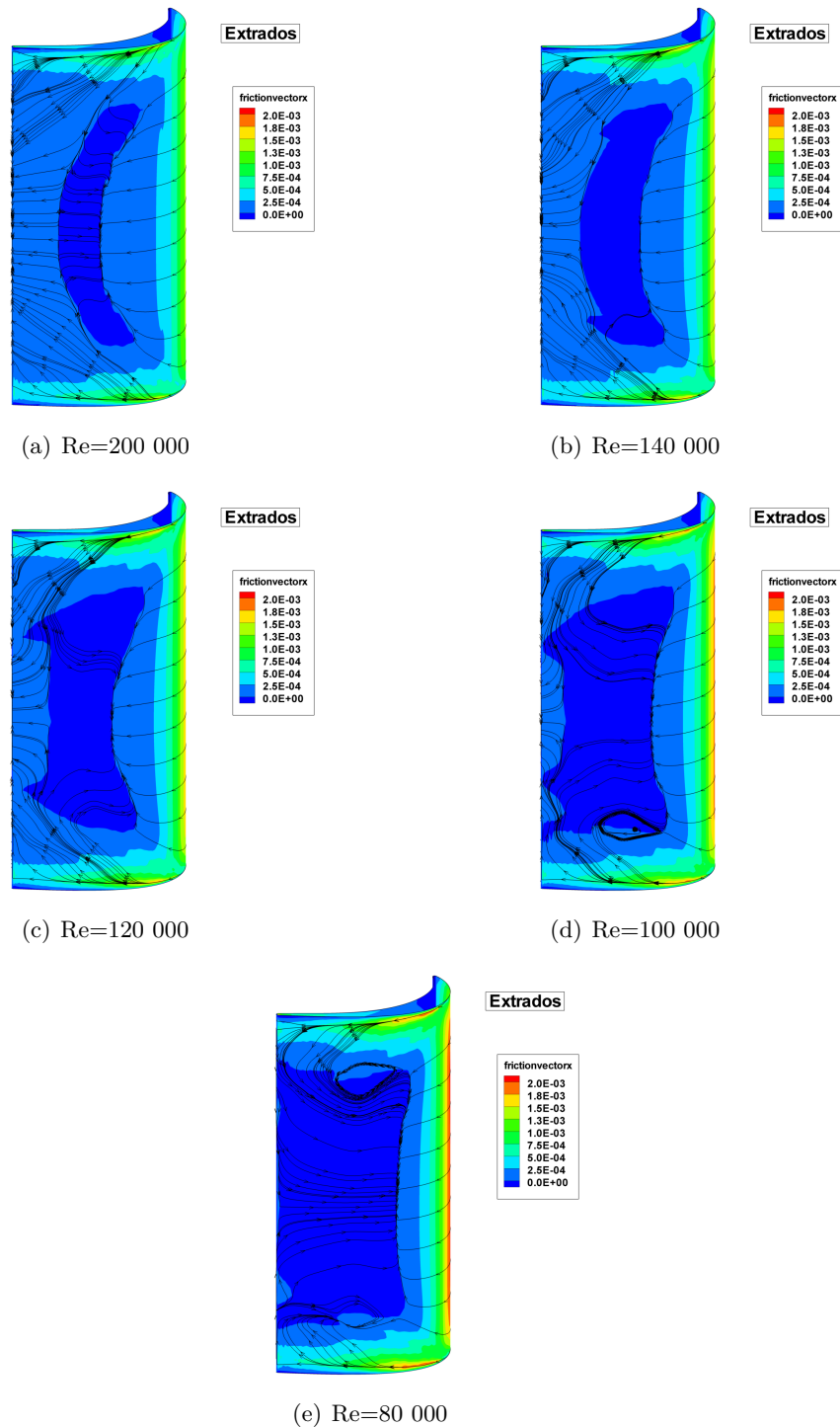
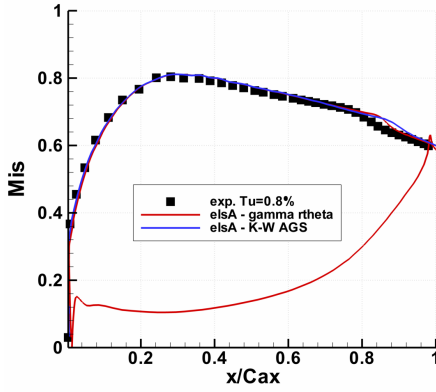


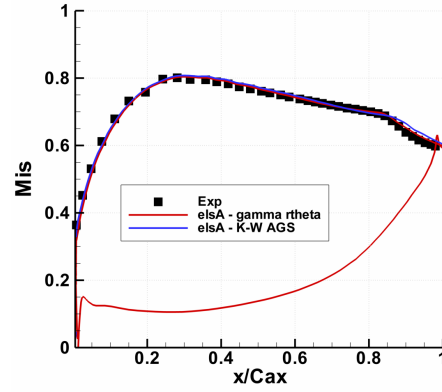
FIGURE 5.60 – T108 - Isocontours de frottement pariétal longitudinal, $Tu=0,8\%$

5.3.4 Comparaison à l'approche par critères de transition algébriques

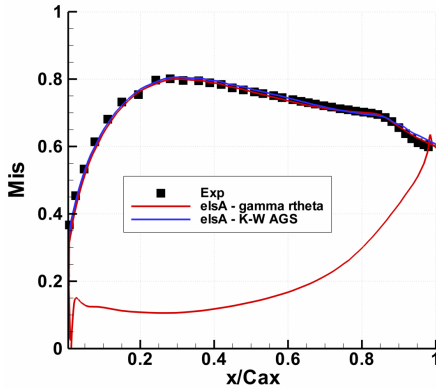
Des simulations à l'aide de l'approche par critères de transition algébriques ont été entreprises afin de comparer, pour ce cas d'étude, les performances du nouveau modèle à cette approche plus classique. Ces simulations ont comme précédemment été réalisées à l'aide du modèle de turbulence $k - \omega$ de Wilcox et du critère de transition d'Abu Ghannam et Shaw car, comme mentionné précédemment, les études récentes indiquent que c'est la meilleure modélisation actuelle avec le code *elsA*. Les distributions de nombre de Mach isentropique obtenues à l'aide des deux modèles de transition sont comparées sur la figure 5.61. Les distributions sont très semblables sur toute la gamme de nombre de Reynolds  tudi e. Il n'y a pas de différences remarquables, ce qui laisse supposer que la nature du bulbe prévue par simulation est identique dans les deux cas.



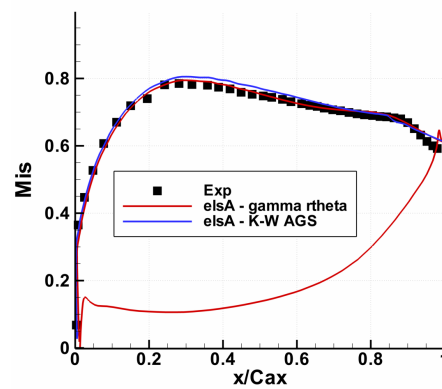
(a) $Re=200\,000$



(b) $Re=120\,000$



(c) $Re=100\,000$



(d) $Re=80\,000$

FIGURE 5.61 – T108 - Comparaison des distribution de nombre de Mach isentropique, $Tu=0,8\%$

Les pertes et l'angle de sortie en fonction du nombre de Reynolds présentées sur les figure 5.62 et 5.63 confirment que la nature prévue du bulbe est identique pour les deux modélisations de la turbulence. Les pertes prévues sont très semblables pour les deux modélisations de la transition. Finalement, pour les deux modélisations, le bursting apparaît dans la simulation numérique.

5.4. Comparaison des résultats entre les cas T106C et T108

En définitive, les deux modèles semblent prévoir de manière similaire la transition laminaire turbulent pour ce cas d'étude également. Malheureusement, la prévision n'est pas en accord avec l'expérience.

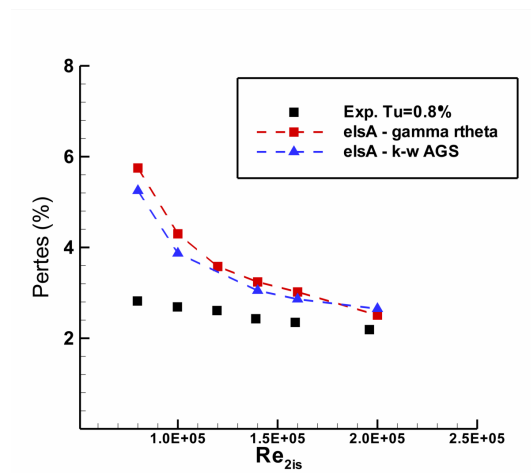


FIGURE 5.62 – T108 - Comparaison des pertes prévues par simulations numériques et mesurées à mi-hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

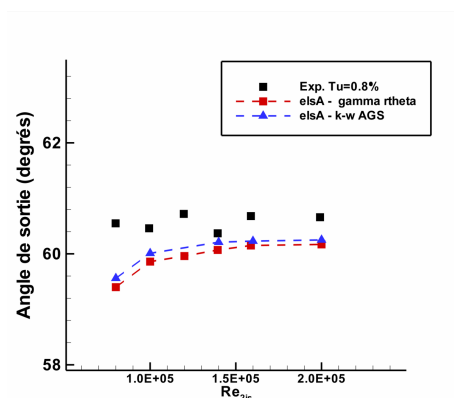


FIGURE 5.63 – T108 - Comparaison des valeurs de l'angle moyen de sortie de l'écoulement prévues par simulations numériques et mesurées à mi hauteur de veine en fonction du nombre de Reynolds, $Tu=0,8\%$

5.4 Comparaison des résultats entre les cas T106C et T108

La prévision de la transition laminaire turbulent à l'aide du nouveau modèle à équations de transport a fourni de bon résultats pour le cas de l'aube T106C : lorsque la transition est de type stationnaire, les pertes sont bien estimées sur toute la gamme de nombre de Reynolds sauf au plus faible nombre. L'effet induit par l'augmentation du taux de turbulence sur la taille du bulbe et les niveaux de pertes sont également bien capturés. Lorsque les sillages amont sont pris en compte et que la transition est abordée sous un aspect instationnaire, le modèle parvient également à prévoir des résultats relativement corrects. A l'inverse, les résultats obtenus lorsque l'on traite l'écoulement autour de l'aube T108 ne sont pas bons : la taille du

bulbe est surestimée ainsi que les pertes. En fait, le bursting intervient dans les simulations numériques alors que dans la réalité il n'apparaît pas ce qui mène à un accroissement des erreurs au fur et à mesure que le nombre de Reynolds diminue.

Face à ce constat, il semble que la modélisation de la transition par bulbe de décollement soit insuffisante via le nouveau modèle de transition à équations de transport. Il a été vu dans le chapitre II décrivant le modèle de transition que la modélisation de la transition par bulbe de décollement était réalisée à l'aide de la fonction d'intermittence γ_{sep} . Cette fonction d'intermittence très simple est calibrée par une constante s_1 qui permet de contrôler la production de turbulence dans la zone de bulbe. L'étude menée ici sur ces deux cas montre que cette modélisation minimaliste n'est pas suffisante pour décrire différents scénarios de transition par bulbe de décollement. Les résultats pour l'aube T108 sugg reraient d'augmenter la constante s_1 afin de "produire" plus de turbulence dans la zone de décollement et ainsi modéliser correctement le bulbe court à bas Reynolds. En réalisant cela, les bons résultats actuels obtenus pour l'aube T106C seraient dégradés car le bulbe de décollement deviendrait fortement sous-estimé ce qui par ailleurs est déjà un peu le cas à un nombre de Reynolds de 80 000. On s'aperçoit que le modèle montre des limites à modéliser la transition par bulbe de décollement et qu'il sera nécessaire par la suite de calibrer la fonction γ_{sep} en introduisant une dépendance à des paramètres de l'écoulement. On peut notamment penser à des paramètres comme le gradient de vitesse locale, le taux de turbulence local ou la distance à la paroi qui ont déjà été identifiés comme des paramètres clés de la description du bulbe de transition.

5.5 Conclusion

Lors de ce chapitre la transition par bulbe de décollement a été abordée à travers l'étude de deux cas d'aubage de turbine basse pression : l'aube T106C et l'aube T108. Au final, les résultats sont mitigés : dans un cas le modèle semble être à même de prévoir la transition laminaire-turbulent et pas dans l'autre. Ceci n'est évidemment pas acceptable pour une utilisation courante de ce modèle dans un bureau d'étude ou un centre de recherche car l'ingénieur ou le chercheur doit être à même d'évaluer correctement la nature du bulbe de décollement quelles que soient les conditions d'écoulement. Les limites actuelles du modèle à prévoir la transition par bulbe de décollement sont encore trop importantes pour envisager une utilisation systématique de ce modèle dans des cas où la transition intervient à travers un bulbe de décollement. Des pistes d'amélioration ont été données à la fin de ce chapitre pour affiner la modélisation de la transition par bulbe de décollement. Les travaux présentés au cours de ce chapitre ont été publiés par Benyahia et al. [134].

Conclusion

Le modèle de transition laminaire-turbulent $\gamma - \overline{Re_\theta}$ pour les codes RANS a été étudié dans ce mémoire de thèse dans le cadre d'écoulements en turbomachine. Ce modèle basé sur une équation de transport pour l'intermittence γ et une équation de transport pour un scalaire $\overline{Re_\theta}$ offre la possibilité de prendre en compte la modélisation de la transition de manière simple et automatique dans les simulations RANS tridimensionnelles. Le modèle a été implémenté dans le code *elsA*. Différentes simulations en turbomachine ont ainsi été menées et analysées dans ce mémoire pour évaluer ce modèle.

L'implantation du modèle de transition dans le code *elsA* a mis en évidence que des modifications sont à apporter à la détermination du pas de temps local et du rayon spectral employé par les méthodes d'implicite afin de garantir la stabilité de la solution. Le modèle de transition faisant appel au taux local de turbulence hors de la couche limite, il est nécessaire de corriger la détermination de ce taux de turbulence lorsque plusieurs parois tournant à différentes vitesses sont incluses dans le domaine de simulation comme c'est le cas en turbomachine. Une correction a été apportée et validée en utilisant la distance à la paroi. Suite à l'implantation du modèle, plusieurs simulations de complexité croissante ont été effectuées, permettant de valider les développements réalisés. Ces simulations ont couvert les principales conditions aux limites employées pour la simulation des écoulements en turbomachine : le raccord périodique, le plan de mélange, les conditions de chorochronicité. Les schémas de Jameson et de Roe ont tous deux été employés. Cette étape de validation du codage effectuée, le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ est donc utilisable avec le code *elsA* pour la réalisation de simulations tridimensionnelles stationnaires et instationnaires.

Les performances du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ en terme de prévision de la position de la transition ont été étudiées en confrontant les données obtenues par simulation numérique à des mesures expérimentales. Dans le chapitre IV, deux cas tests aérothermiques ont été traités à l'aide de simulations stationnaires et instationnaires : l'aube LS89 et l'étage de turbine CT3. Les performances du nouveau modèle de transition ont pu être jugées à l'aide des répartitions expérimentales et numériques des flux de chaleur à la paroi sur les aubages. Les simulations stationnaires bidimensionnelles de l'aube LS89 ont démontré que le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ permettait une très bonne prévision de la position de la transition et des flux de chaleur à faible taux de turbulence mais qu'à fort taux de turbulence les prévisions demeuraient insuffisamment précises. Ces simulations ont également mis en évidence que la qualité des prévisions est dépendante du nombre de Reynolds de turbulence d'entrée Re_t à fort taux de turbulence. La comparaison aux prévisions obtenues à l'aide de la modélisation actuellement implantée dans le code *elsA* basée sur des critères empiriques indique que la nouvelle modélisation à l'aide d'équations de transport permet soit d'améliorer les prévisions soit de fournir des estimations identiques à la méthode par critères. Il y a donc un gain en terme de prévision et au pire aucune régression de la qualité des prévisions. Toutefois, le nouveau modèle de transition est beaucoup plus simple à employer. Les simulations instationnaires menées sur le cas de l'étage de turbine CT3 ont conforté les conclusions tirées de l'étude du cas de l'aube LS89 : le nouveau modèle de transition permet de prévoir correctement les flux de chaleur sur les aubages et apporte un réel gain de modélisation par rapport à l'approche tout turbulent. De plus, pour ce cas d'étude, il

s'est avéré que l'emploi du schéma de Roe engendrait de meilleures prévisions que le schéma de Jameson ce qui tend à recommander l'emploi du schéma de Roe lorsque l'on utilise le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$. En définitive, l'amélioration des prévisions et la simplicité de mise en oeuvre incitent à abandonner la modélisation par critères empiriques pour ne plus utiliser que le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ en aérothermique.

L'évaluation des prévisions de la position de la transition par le modèle $\gamma - \overline{Re_\theta}$ s'est poursuivie dans le chapitre V par l'étude des cas test "aube T106C" et "aube T108" pour lesquels la transition prend place à travers un bulbe de décollement. Une première conclusion importante a été émise : les simulations numériques ont été menées uniquement à l'aide du schéma de Roe, le schéma de Jameson menant à une divergence de la solution. Ceci vient confirmer qu'a priori il est recommandé d'employer le schéma de Roe lorsque le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ est appliqué. Ceci vient également confirmer les recommandations de Langtry et Menter qui suggèrent d'employer un schéma décentré. Les simulations stationnaires bidimensionnelles et tridimensionnelles réalisées sur l'aube T106C ont procuré des résultats très satisfaisants au plus faible taux de turbulence : la position de la transition et du point de recollement de la couche limite est bien prévue, les pertes sont bien estimées, les résultats issus des simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles sont en bon accord. Pour un taux de turbulence plus élevé, les résultats sont moins bons mais qualitativement l'effet sur les pertes induit par l'augmentation de la turbulence est bien capturée, ce qui est encourageant. Les simulations instationnaires qui ont pu être menées pour l'aube T106C indiquent que, sur la gamme de nombre de Reynolds, il reste à améliorer les prévisions mais qu'aux plus faibles nombres de Reynolds les prévisions s'avèrent être proches des mesures. Le second cas traité, l'aube T108, a conduit à des conclusions opposées : la position du décollement, de la transition et du point de recollement sont très mal estimées. En conséquence, les pertes estimées sont très éloignées des pertes mesurées et le modèle semble ne pas être capable de fournir des estimations pertinentes des performances de l'aubage. Ainsi, les limites du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ ont été mises en avant lorsqu'il est employé pour prévoir la transition par bulbe de décollement. Enfin, la comparaison des prévisions obtenues par les deux approches de modélisation de la transition, par équations de transport et par critères, démontre que, comme en aérothermiqu, il y a un gain à utiliser la nouvelle méthode.

A l'issue de ces travaux, le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ a été implanté dans le code *elsA* et est disponible pour une utilisation en milieu industriel. Par rapport à la modélisation de la transition actuellement retenue dans le code *elsA* basée sur des critères empiriques le nouveau modèle offre plus de perspectives d'utilisation notamment sur les géométries industrielles complexes tridimensionnelles, une simplicité de mise en oeuvre et potentiellement de meilleurs estimations des propriétés de la couche limite. Il devient possible à l'aide du code *elsA* de prendre en compte la modélisation de la transition de manière automatique.

A court terme, il serait intéressant, voire important, d'améliorer les prévisions dans les cas où la transition est initiée par un bulbe de décollement comme il a été montré sur les cas d'aubes T106C et T108. Pour cela, il faudra modifier la fonction γ_{sep} qui permet de modéliser la transition par bulbe de décollement et y introduire une dépendance plus forte aux caractéristiques de l'écoulement tel que le gradient de pression adverse. Il s'agit en fait de trouver la fonction d'intermittence γ_{sep} qui représentera le mieux les différents scénarios de

Conclusion

transition par bulbe de décollement (bulbe court, bulbe long, influence du taux de turbulence sur la taille du bulbe). Ce travail, qui est un travail d'optimisation de la fonction d'intermittence γ_{sep} , requiert d'employer différentes mesures expérimentales et un outil d'optimisation afin d'obtenir la fonction d'intermittence optimale couvrant la plus large base de données.

Un second axe d'amélioration du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ est la prise en compte de la transition déclenchée par une rugosité ponctuelle ou tout dispositif de ce type. A l'heure actuelle, les dispositifs de contrôle de la laminarité et des décollements de la couche limite en turbomachines sont assimilables à des rugosités ponctuelles que l'on vient judicieusement placer sur un profil. Il n'existe cependant pas de moyen simple de prévoir la pertinence d'un dispositif de ce type à l'aide d'un code RANS. Toutefois, si un critère pertinent de transition par rugosité ne faisant appel qu'à des données locales à la cellule de calcul était défini, il serait alors aisé de l'implanter dans le code *elsA* et de disposer ainsi d'un outil de prévision utile aux concepteurs de turbomachines. Le critère de von Doenhoff et Braslow présent dans la littérature peut servir de point de départ pour ces travaux.

Le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ n'est utilisable qu'avec le modèle de turbulence $k - \omega$ SST de Menter car il est calibré sur ce modèle de turbulence. La démarche qui a été employée par Content et Houdeville mais aussi par d'autres auteurs pour calibrer le modèle de transition avec ce modèle de turbulence est tout à fait générale et peut être reproduite avec d'autres modèles de turbulence. La possibilité d'utiliser le modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ avec d'autres modèles de turbulence est donc en théorie possible après que des travaux de calibration à l'aide d'un code de couche limite aient été menés.

Enfin, bien que les travaux présentés dans ce mémoire et ceux entrepris en parallèle par Cédric Content couvrent une large gamme d'applications en CFD, l'utilisation du modèle de transition $\gamma - \overline{Re_\theta}$ sur d'autres cas test est toujours la bienvenue afin d'étendre l'analyse des performances du modèle. En particulier, il serait pertinent de s'intéresser à des maillages non structurés car l'usage de ce type de maillage ou de maillages hybrides, souvent indispensables pour des géométries très complexes, tend à se généraliser. Dès lors que le code *elsA* disposera de ce type de fonctionnalité, il deviendra intéressant d'employer le modèle de transition sur ce type de maillage.

Modélisation RANS

A.1 Modélisation de l'écoulement

A.1.1 Les équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes décrivent la dynamique des fluides mono ou pluri espèces. Elles décrivent la conservation de la masse (équation de continuité), de la quantité de mouvement et de l'énergie. Pour un écoulement mono espèce non réactif ces équations instantanées s'écrivent :

- équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

- équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho \underline{v}}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v} \otimes \underline{v}) = -\text{grad} p + \text{div} \underline{\tau} \quad (\text{A.2})$$

- équation de quantité de l'énergie

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v} E) = -\text{div} \underline{q} + \text{div} \left[\underline{v} \cdot (\underline{\tau} - p \underline{I}) \right] \quad (\text{A.3})$$

$$E = e + \frac{1}{2} \underline{v} \cdot \underline{v} \quad (\text{A.4})$$

avec $\rho, t, p, e, \underline{v}, \underline{\tau}, \underline{q}, \underline{I}$, la masse volumique, le temps, la pression, l'énergie interne, le vecteur vitesse, le tenseur des contraintes visqueuses, le vecteur flux de chaleur et le tenseur identité. On remarquera que dans les équations A.2 les forces de gravité sont négligées. Afin de fermer le système des équations de Navier-Stokes des lois d'état sont requises. Il est également nécessaire de modéliser les contraintes visqueuses $\underline{\tau}$ et le vecteur flux de chaleur \underline{q} . La modélisation de ces deux termes fait appel à des lois de comportement et d'état.

A.1.2 Lois d'état

En considérant le gaz comme thermiquement et calorifiquement parfait il est possible d'exprimer la pression en fonction d'autres variables d'état par la loi suivante :

$$p = \rho r T \quad (\text{A.5})$$

avec r la constante spécifique de l'air et T la température. La valeur de r s'obtient en calculant le rapport entre la constante universelle des gaz parfaits $R = 8.314472 \text{ J}/(\text{mol.K})$ et la masse molaire du fluide M . Pour l'air $M = 0.0289644 \text{ kg/mol}$. En considérant les chaleurs spécifiques à pression c_p et à volume constant c_v de l'air constantes l'énergie interne du fluide e s'exprime ainsi :

$$e = c_v T \quad (\text{A.6})$$

Les chaleurs spécifiques c_p et c_v sont déterminées à partir de r et du rapport des chaleurs spécifiques γ . Pour l'air on prendra $\gamma = 1.4$.

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad (\text{A.7})$$

$$c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (\text{A.8})$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{A.9})$$

A.1.3 Lois de comportement

Pour un fluide comme l'air, en première approximation, le tenseur des contraintes visqueuses s'exprime de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\tau}} = \lambda (\text{div} \underline{v}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{S}} \quad (\text{A.10})$$

avec μ la viscosité dynamique du fluide, λ le second coefficient de viscosité et $\underline{\underline{S}}$ le tenseur des taux de déformation. Ce tenseur correspond à la partie symétrique du tenseur des gradients de vitesse :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.11})$$

En tenant compte de l'hypothèse de Stokes, $3\lambda + 2\mu = 0$, il est possible d'exprimer le tenseur des contraintes visqueuses ainsi :

$$\underline{\underline{\tau}} = 2\mu \left[\underline{\underline{S}} - \frac{1}{3} (\text{div} \underline{v}) \underline{\underline{I}} \right] \quad (\text{A.12})$$

La viscosité dynamique μ s'exprime à l'aide de la loi de Sutherland valable pour l'air :

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + s}{T + s} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{ll} T_0 &= 273K \\ s &= 110.4K \\ \mu_0 &= 1.711 \cdot 10^{-5} kg.m^{-1}.s^{-1} \end{array} \quad (\text{A.13})$$

Le vecteur flux de chaleur \underline{q} est quant à lui donnée par la loi de Fourier :

$$\underline{q} = -K_T \underline{\underline{grad}} T \quad (\text{A.14})$$

avec K_T le coefficient de conductivité thermique. Le nombre de Prandtl, rapport entre la diffusivité liée au mouvement du fluide et celle liée aux propriétés thermiques du fluide, permet d'exprimer le coefficient de conductivité thermique K_T :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{K_T} \quad (\text{A.15})$$

En imposant un nombre de Prandtl, la conductivité thermique du fluide est définie. Le nombre de Prandtl est pris comme constant et égal à 0.72.

Le système d'équations de Navier-Stokes auquel ont adjoint les différentes lois de comportement et d'état du fluide est ainsi fermé.

A.2 Des équations de Navier-Stokes aux équations RANS

Les équations de Navier-Stokes permettent de décrire l'évolution du fluide à chaque instant d'où leur appellation d'équations instantanées. La résolution numérique de ces équations passe par un calcul de toutes les structures présentes dans l'écoulement à chaque instant. En d'autres termes tous les échelles spatio-temporelles nécessitent d'être résolues. Bien que cela semble naturel et logique, cette approche reste très peu mise en oeuvre en pratique et porte un nom particulier : la Simulation Numérique Directe plus connue sous l'acronyme DNS de l'anglais Direct Numerical Simulation. En effet, afin de capturer toutes les structures de l'écoulement, le domaine de calcul doit être discrétisé de manière suffisamment fine pour capturer les plus petites échelles qui sont de l'ordre de l'échelle de longueur de Kolmogorov. Le pas de temps doit quant à lui également être suffisamment petit pour capturer la dynamique des plus petites structures. Pour un nombre de Reynolds Re caractéristique donné cela implique que :

- le nombre de points sur un domaine 3D doit être de l'ordre de $Re^{\frac{9}{4}}$
- le pas de temps de l'ordre de $Re^{-\frac{11}{4}}$

On se rend compte que, lorsque le nombre de Reynolds augmente, le coût numérique (espace mémoire, temps CPU) d'une résolution DNS devient absolument prohibitif (Manceau 2007). Ce type de simulation reste aujourd'hui cantonnée à des cas simples avec des nombres de Reynolds "faibles". Il faudra encore attendre une nette progression des capacités de calcul pour que la DNS soit utilisée de manière standard en simulation numérique (probablement pas avant la fin du *XXI^{ème}* siècle ...).

Une alternative à la DNS consiste à ne résoudre que les "grandes" échelles et à modéliser les "petites échelles". Cette alternative est appelée Simulation aux Grandes Echelles ou LES pour Large Eddy Simulation. Le coût d'une telle technique de calcul est évidemment moins élevé que le coût d'une approche DNS mais reste à l'heure actuelle encore prohibitif pour des applications industrielles bien qu'elle a connu au cours de ces dernières années un essor remarquable. L'alternative la plus utilisée à l'heure actuelle et la plus adaptée aux calculs industriels complexes est la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). En adoptant une approche statistique, valeur moyenne plus fluctuations aux équations de Navier-Stokes, Reynolds dérive un système d'équations analogue au système des équations de Navier-Stokes mais portant sur les valeurs moyennes. L'établissement des équations RANS est décrit dans le paragraphe suivant ainsi que l'apparition du tenseur de Reynolds.

A.2.1 Etablissement des équations RANS

Reynolds proposa en 1883 de décomposer chaque grandeur de l'écoulement $f(x, t)$ en une valeur moyenne \bar{f} et une fluctuation tel que :

$$f(x, t) = \bar{f} + f' \quad (\text{A.16})$$

Il est important de noter que la valeur moyenne \bar{f} s'obtient en faisant une moyenne d'un grand nombre de réalisations indépendantes f_i . Il s'agit d'une moyenne d'ensemble.

$$\bar{f} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \right) \quad (\text{A.17})$$

En considérant le phénomène comme ergodique la moyenne d'ensemble peut se ramener à une moyenne temporelle.

$$\overline{f(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t + \tau) d\tau \quad (\text{A.18})$$

Les propriétés de la moyenne d'ensemble sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \overline{f'} &= 0 \\ \overline{f + g} &= \overline{f} + \overline{g} \\ \overline{f \cdot g} &= \overline{f} \cdot \overline{g} \\ \overline{\alpha f} &= \alpha \overline{g} \\ \overline{\overline{f}} &= \overline{f} \\ \overline{f \cdot g} &= \overline{f} \cdot \overline{g} + \overline{f' \cdot g'} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial x}} &= \frac{\partial \overline{f}}{\partial x} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial t}} &= \frac{\partial \overline{f}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Appliquée aux équations de Navier-Stokes compressible, cette décomposition conduit à une forme très complexe des équations du champ moyen. Favre a proposé une décomposition particulièrement adaptée aux écoulements compressibles dite moyenne de Favre [135]. La moyenne de Favre consiste pour une quantité f à la décomposer en une partie moyenne \tilde{f} et une partie fluctuante f'' ainsi :

$$f = \tilde{f} + f'' \quad \text{avec} \quad \tilde{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \quad (\text{A.20})$$

On parle pour évoquer la décomposition de Favre de moyenne pondérée par la masse. On a également

$$\overline{f''} = \frac{\overline{\rho' f'}}{\bar{\rho}} \neq 0 \quad \overline{\rho f''} = 0 \quad (\text{A.21})$$

En pratique on applique la moyenne d'ensemble sur la pression et la masse volumique et la moyenne de Favre aux autres quantités des équations de Navier-Stokes instantanées ce qui conduit aux équations suivantes du champs moyen :

– **l'équation de continuité**

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \underline{\tilde{v}}) = 0 \quad (\text{A.22})$$

– **l'équation de quantité de mouvement**

$$\rho \frac{\partial \underline{\tilde{v}}}{\partial t} + \underline{\underline{\text{grad}}} \underline{\tilde{v}} \cdot \underline{\tilde{\rho}} = -\underline{\underline{\text{grad}}} \bar{p} + \underline{\underline{\text{div}}} \left(\underline{\underline{\tau}} - \overline{\rho \underline{v}'' \otimes \underline{v}''} \right) \quad (\text{A.23})$$

– **l'équation de quantité de l'énergie**

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \underline{\tilde{v}} \tilde{E}) = -\text{div} \bar{q} + \text{div} \left[\underline{\underline{v}} \cdot \left(\underline{\underline{\tau}} - p \underline{\underline{I}} \right) \right] + \text{div} \left(-\overline{\rho \underline{v}'' E''} \right) \quad (\text{A.24})$$

L'expression du tenseur des contraintes moyennées est la suivante :

$$\underline{\underline{\tau}} = \overline{\underline{\mu} \underline{\underline{\text{grad}}} \underline{v}} + \overline{\underline{\mu} \underline{\underline{\text{grad}}}^t \underline{v}} - \frac{2}{3} \overline{\underline{\mu} \text{div} \underline{v} \underline{I}} \quad (\text{A.25})$$

A.2. Des équations de Navier-Stokes aux équations RANS

avec

$$\overline{\underline{\mu grad v}} = \overline{\underline{\mu}} \overline{\underline{grad v}} + \overline{\underline{\mu' grad v'}} = \overline{\underline{\mu}} \overline{\underline{grad}} \left(\underline{v''} - \frac{\overline{\rho' v''}}{\overline{\rho}} \right) + \overline{\underline{\mu' grad v'}} \quad (\text{A.26})$$

Aupoix montre qu'il est possible de négliger les termes $\overline{\underline{\mu' grad v'}}$ et $\frac{\overline{\rho' v''}}{\overline{\rho}}$. Le tenseur des contraintes moyenné s'écrit finalement :

$$\underline{\underline{\tau}} \approx \overline{\underline{\mu}} \left(\underline{\underline{grad \tilde{v}}} + \underline{\underline{grad^t \tilde{v}}} - \frac{2}{3} \mu \text{div} \tilde{v} \underline{\underline{I}} \right) \quad (\text{A.27})$$

De même le vecteur flux de chaleur moyenné s'écrit :

$$\underline{\underline{\tilde{q}}} \approx -\overline{K_T} \underline{\underline{grad \tilde{T}}} \quad (\text{A.28})$$

L'équation d'état s'écrit pour le champ moyen :

$$\overline{p} = \overline{\rho} r \tilde{T} \quad (\text{A.29})$$

Les équations de quantité de mouvement moyennées font apparaître un nouveau terme, le tenseur de Reynolds $\overline{\rho v'' \otimes v''}$ provenant de la moyenne des termes d'advection des équations instantanées. Ce tenseur représente les tensions ou contraintes turbulentes, flux de quantité de mouvement pour le champ de vitesse moyen dus au mouvement turbulent. Ce tenseur est symétrique et sa trace est égale à la moitié de l'énergie cinétique turbulente k :

$$k = \frac{1}{2} \widetilde{\underline{v''} \cdot \underline{v''}} \quad (\text{A.30})$$

L'équation de l'énergie moyennée fait également apparaître un nouveau terme $\overline{\rho v'' E''}$ représentant la diffusion d'énergie totale due au mouvement turbulent.

Le système d'équations à résoudre pour le champ moyen est ouvert puisque de nouveaux termes, en particulier les termes du tenseur de Reynolds, sont apparus. Il est donc nécessaire de fermer le problème. Pour cela ces termes sont modélisés d'où l'appellation de modèle de turbulence. Ces modèles doivent permettre de décrire au mieux la physique et de retranscrire l'information perdue lors du passage à la moyenne.

A.2.2 L'hypothèse de Boussinesq

Boussinesq [136] introduit en 1877 le concept de viscosité turbulente, base des modèles de fermeture dit au premier ordre. Par analogie avec la loi de Newton pour les fluides newtoniens où les contraintes de déformation du fluide sont liées à la viscosité du fluide, Boussinesq propose pour un écoulement cisailé plan de couche limite de relier linéairement les contraintes turbulentes $\widetilde{u'' v''}$ au cisaillement de l'écoulement moyen :

$$-\widetilde{u'' v''} = \nu_t \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \quad (\text{A.31})$$

La turbulence est représentée comme une agitation moléculaire supplémentaire augmentant le mélange. Kolmogorov [137] étend l'hypothèse de Boussinesq aux trois dimensions. L'expression générale du tenseur de Reynolds s'écrit en fonction du tenseur des taux de déformation $\underline{\underline{S}}$:

$$-\widetilde{u''_i v''_j} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2 \mu_t S_{ij} \quad (\text{A.32})$$

A.2.3 Flux de chaleur turbulent

Par analogie avec la loi de Fourier le flux de chaleur turbulent est relié au champ de température moyenne à travers un coefficient de conductivité thermique turbulent K_t :

$$\tilde{q}_t = -K_t \underline{\text{grad}T} \quad \text{avec} \quad Pr_t = \frac{\mu_t c_p}{K_t} \quad (\text{A.33})$$

Le nombre de Prandtl turbulent est supposé constant et égal à 0.9

A.2.4 Modèles de turbulence à équations de transport

Une analyse dimensionnelle permet de montrer que, comme pour la viscosité moléculaire, la viscosité turbulente est le produit d'une échelle de longueur et d'une échelle de vitesse :

$$\mu_t = \text{Cst} \quad X \quad \text{échelle de longueur} \quad X \quad \text{échelle de vitesse} \quad (\text{A.34})$$

L'échelle de vitesse caractérise la force avec laquelle s'effectue le mélange et l'échelle de longueur la distance sur laquelle s'effectue ce mélange. Un modèle de turbulence fait usage des propriétés locales de l'écoulement pour exprimer la viscosité turbulente et donc modéliser le tenseur de Reynolds. Il est à noter que la viscosité turbulente, bien qu'ayant les mêmes dimensions que la viscosité moléculaire, est une propriété locale de l'écoulement et non pas du fluide.

Hormis le cas particulier du modèle de Spalart-Allmaras [138] qui résout une équation construite de manière empirique pour une pseudo viscosité de turbulence $\tilde{\mu}_t$, historiquement parlant, les modèles du premier ordre résolvent deux équations chacune pour une échelle caractéristique. Le premier modèle développé a été le modèle $k - \varepsilon$. En effet l'énergie cinétique de turbulence k permet de représenter les fluctuations de vitesse et donc de servir d'échelle caractéristique de vitesse pour le modèle de turbulence.

$$u^2 \equiv k \quad (\text{A.35})$$

Pour la seconde échelle le modèle $k - \varepsilon$ utilise le taux de dissipation de l'énergie cinétique ε mais depuis d'autres variables ont été utilisées : une échelle de longueur l , le taux de dissipation spécifique ω . Tous les modèles de turbulence à deux équations de transport utilisent comme variable pour l'échelle de vitesse k . Le modèle $k - \omega$ de Menter a été utilisée dans cette étude. Sont donc uniquement détaillées par la suite les deux équations de transport de ce modèle de turbulence.

A.2.4.1 le modèle $k - \omega$ de Menter

L'équation de transport exacte pour k s'écrit [139] :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_l} \left[-\frac{\overline{p' u'_l}}{\rho} + \nu \frac{\partial k}{\partial x_l} - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_l} \right] \quad (\text{A.36})$$

Le terme de diffusion fait apparaître deux termes à modéliser classiquement retranscrit ainsi (Aupoix [140]) :

$$-\left(\frac{\overline{p' u'_l}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_l} \right) = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (\text{A.37})$$

A.2. Des équations de Navier-Stokes aux équations RANS

avec σ_k un nombre de Prandtl pris constant. L'équation de transport de k modélisé s'écrit sous la forme générique suivante :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.38})$$

avec P_k un terme de production

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (\text{A.39})$$

et ε un terme de destruction

$$\varepsilon = -\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (\text{A.40})$$

Comme mentionné plus haut, le choix d'une équation de transport pour k est motivé par le fait que la viscosité turbulente est le produit d'une échelle de longueur par une échelle de vitesse. En partant de cette équation les modèles $k - \varepsilon$ de Launder et Sharma et $k - \omega$ de Wilcox ont été dérivés. Ces deux modèles ont leurs qualités et leurs défauts, toutefois de manière générale le modèle $k - \omega$ développé après le modèle $k - \varepsilon$ permet de mieux représenter la turbulence au sein de l'écoulement notamment le comportement d'une couche limite turbulente ce qui explique son utilisation courante en aérodynamique. Plus robuste numériquement que le modèle $k - \varepsilon$ il permet également de mieux prévoir les décollements. Cependant ce modèle souffre d'un défaut majeur : les résultats sont sensibles aux valeurs de ω dans la zone externe de la couche limite et indirectement aux valeurs à l'infini imposées pour ω . Afin de pallier ce défaut Menter [85] propose en 1994 un modèle combinant les avantages du modèle $k - \omega$ pour représenter l'écoulement dans la couche limite et les avantages du modèle $k - \varepsilon$ qui est insensible à la frontière externe de la couche limite. Le modèle $k - \varepsilon$ est écrit avec une formulation $k - \omega$ et le raccord entre les deux modèles est effectué à l'aide d'une fonction de raccord F_1 . Lorsque cette fonction vaut 1 le modèle de $k - \omega$ Menter se comporte comme un modèle $k - \omega$ standard et lorsqu'elle vaut 0 le modèle $k - \omega$ de Menter se comporte comme un modèle $k - \varepsilon$. Le modèle $k - \omega$ Menter s'écrit :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - C_\mu k \omega + \text{div} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \gamma \frac{P_k \omega}{k} - \beta \omega^2 + \text{div} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{A.42})$$

Toutes les constantes du modèle sont définies à l'aide de la fonction de raccord en posant :

$$C^{ste} = F_1 C_1^{ste} + (1 - F_1) C_2^{ste} \quad (\text{A.43})$$

où l'indice 1 fait référence aux modèles $k - \omega$ et l'indice 2 au modèle $k - \varepsilon$:

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} &= 0.5 \\ \sigma_{\omega 1} &= 0.5 \\ \beta_1 &= 0.075 \\ \sigma_{k2} &= 0.856 \\ \sigma_{\omega 2} &= 0.0828 \\ \beta_2 &= 0.075 \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

Les autres constantes sont définies ainsi : $\gamma = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma_\omega \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$; $\kappa = 0.41$; $\beta^* = 0.09$

La fonction de raccord F_1 s'écrit sous la forme :

$$F_1 = \tanh \zeta^4 \quad ; \quad \zeta = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\nu}{\omega d^2} \right); \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right] \quad (\text{A.45})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right) \quad (\text{A.46})$$

Conditions aux limites

A la paroi $k = 0$ mais ω tends vers ∞ étant donné que ω admet comme comportement dans la sous couche visqueuse :

$$\omega = \frac{6\nu}{\beta d^2} \quad (\text{A.47})$$

D'un point de vue numérique cette condition est difficile à appliquer. Wilcox [141] a proposé une condition sur les valeurs de ω à la paroi afin de prendre en compte les effets de rugosité. La valeur de ω devient une fonction de la vitesse de frottement u_τ et d'une hauteur de rugosité k_r exprimée de manière adimensionnée en unités de paroi k_r^+ :

$$\omega_{paroi} = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad S_R = \begin{cases} \left(\frac{50}{k_r^+} \right)^2 & \text{si } k_r^+ < 25 \\ \frac{100}{k_r^+} & \text{si } k_r^+ \geq 25 \end{cases} \quad \text{avec } k_r^+ = \frac{u_\tau k_r}{\nu} \quad (\text{A.48})$$

Sur une paroi lisse il est également possible d'imposer ω en utilisant cette condition. Il suffit pour cela de prendre pour k_r^+ une valeur proche de 5. Ce choix a été fait par Couailler pour le code *elsA* ce qui correspond à $S_R = 100$. La condition s'écrit pour une paroi lisse de manière générale :

$$\omega_{paroi} = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R \quad 70 < S_R < 156 \quad 4 < k_r^+ < 6 \quad (\text{A.49})$$

Menter [142] proposa d'imposer une valeur de ω élevée à la paroi en extrapolant au premier ordre le comportement de ω à l'aide de la première cellule de taille d_1 :

$$\omega = \frac{C\nu}{\beta d_1^2} \quad (\text{A.50})$$

Selon Menter, ce n'est pas la valeur de ω à la paroi qui est importante mais plutôt le gradient qui permet d'estimer le flux diffusif de ω à la paroi. Menter préconise d'utiliser $C = 10$ et Zheng [143] de choisir C en accord avec le schéma de discrétisation. Dans *elsA*, l'extrapolation linéaire est réalisée avec $C = 18$.

Le modèle de turbulence $k - \omega$ de Menter présenté ci dessous se nomme BSL pour BaseLine. En effet, après avoir proposé ce modèle, Menter suggère de lui adjoindre une correction appelée correction SST pour Shear Stress Correction. Le modèle de Menter est finalement de nos jours plus connu sous l'appellation Menter - SST ou $k - \omega$ SST.

A.2.4.2 Introduction de la correction SST

Pour un écoulement cisailé, comme c'est le cas pour une couche limite, les modèles de turbulence classiques à deux équations de transport estiment le rapport entre la contrainte de cisaillement $-\overline{u'v'}$ et l'énergie cinétique de turbulence ainsi :

$$\frac{-\overline{u'v'}}{\rho k} = 2a_1 \frac{P_k}{\varepsilon} \quad (\text{A.51})$$

A.2. Des équations de Navier-Stokes aux équations RANS

avec $a_1 \approx 0.3$. Bradshaw a montré expérimentalement qu'en réalité :

$$\frac{-\overline{u'v'}}{\rho k} = 2a_1 \quad (\text{A.52})$$

lorsque la production de turbulence devient nettement prépondérante devant la dissipation ce qui est le cas pour un écoulement décollé, la contrainte de cisaillement $-\overline{u'v'}$ est nettement surestimée. Ainsi le décollement aura tendance à être sous estimé. Afin de pallier cela Menter a introduit une correction, appelée correction SST, qui vise à assurer la relation de Bradshaw dans un écoulement décollé. La correction SST s'écrit :

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \quad F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right) \quad \arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega d}; \frac{500 \nu}{\omega d^2}\right) \quad (\text{A.53})$$

avec Ω le module de vorticité. La fonction F_2 vaut 1 dans la zone interne de la couche limite et zéro dans la zone externe de la couche limite. En 2003, Menter conseille de remplacer dans l'équation A.53 le module de vorticité par la norme du taux de déformation S ce qui a été utilisé dans cet étude.

A.2.4.3 Limitation du terme de production

Les modèles de turbulence basés sur l'hypothèse de Boussinesq qui relie de manière linéaire les tensions turbulentes au tenseur du taux de déformations présentent un défaut appelé "défaut du point d'arrêt". Ces modèles, à cause de la nature du terme de production d'énergie cinétique de turbulence P_k , entraînent une surestimation de la production de turbulence au voisinage des points d'arrêt qui n'est pas physique. Ce surplus de turbulence est convecté vers l'aval et nuit à la qualité de la solution. Plusieurs solutions ont été proposées pour résoudre ce problème : réécriture du terme P_k pour le rendre dépendant de la vorticité Ω , introduction d'une échelle de temps limite (Durbin [125]), limitation du rapport production-dissipation. Cette dernière solution a été proposée par Menter [85]. L'auteur propose de limiter la production d'énergie cinétique de turbulence k   N fois la dissipation. Menter conseille de prendre pour N des valeurs de 10 ou 20 :

$$P_k = \min(2\nu_t S_{ij} S_{ij}; 10\beta^* k \omega) = \min(2\nu_t S_{ij} S_{ij}; 10\varepsilon) \quad (\text{A.54})$$

A.2.4.4 Limiteur de Zheng

Afin de pallier la sensibilité aux valeurs de ω à la frontière de la couche limite, Zheng et al. [143] ont proposés un limiteur basé sur l'inégalité de Cauchy-Schwartz tentant d'imposer une contrainte de réalisabilité au modèle $k - \omega$. Ce limiteur impose une valeur minimum pour ω qui est :

$$\omega \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (\text{A.55})$$

A.2.4.5 Limitations générales des modèles au premier ordre

Outre les limitations et défauts présentés précédemment dans le cadre du modèle $k - \omega$ de Menter, les modèles au premier ordre basés sur l'hypothèse de Boussinesq présentent d'autres défauts inhérents à la modélisation au premier ordre :

- en reliant directement le tenseur de Reynolds au tenseur des taux de déformation les effets d'histoire sont occultés. Les tensions de Reynolds et donc la turbulence s'adaptent immédiatement aux déformations ce qui n'est pas rigoureusement vérifié
- les effets d'anisotropie ne sont pas modélisés
- les effets de rotation et/ou de courbure ne sont pas pris en compte ce qui induit des erreurs pour les écoulements en rotation comme c'est le cas en turbomachines

Pour pallier à ces défauts ont été mis en oeuvre des modèles au second ordre avec résolution des équations de transport pour les tensions de Reynolds (modèles RSM), des modèles avec viscosité turbulente anisotrope (EARSM). Des corrections pour prendre en compte les effets de courbure et de rotation ont également été proposées par Spalart pour le modèle de Spalart et par Menter pour les modèles de types $k - \omega$.

Méthodes numériques

B.1 Méthodes numériques pour la résolution des équations de Navier-Stokes

B.1.1 Formulation des équations de Navier-Stokes en repère relatif

La résolution des équations de Navier-Stokes dans le cadre d'applications en turbomachines est classiquement effectuée dans le repère relatif tournant noté par l'indice e . Les vitesses considérées pour la résolution des équations est la vitesse relative \underline{V}_e . De plus, afin de résoudre le système d'équations du champ moyen à l'aide de méthodes numériques, ces équations sont écrites sous forme conservative. Par la suite nous omettrons la notation moyenne par souci de clarté. Pour un domaine de calcul Ω de frontière $\partial\Omega$ de normal unitaire sortante \underline{n} la formulation des équations de Navier Stokes moyennées s'écrit dans un repère entrainé :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \underline{W}_e d\Omega + \oint_{\partial\Omega(t)} [\underline{Fc}(\underline{W}, \underline{s}_E)_e + \underline{Fd}(\underline{W}, \underline{gradW})_e] \cdot \underline{n} d\Sigma = \int_{\Omega(t)} \underline{T}(\underline{W}, \underline{s}_E)_e d\Omega \quad (\text{B.1})$$

Avec

– le vecteur des variables conservatives

$$\underline{W}_e = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \underline{V}_e \\ \rho E_e^* \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad E_e^* = e + \frac{V_e^2}{2} + k \quad (\text{B.2})$$

– les flux convectifs

$$\underline{Fc}_e = \begin{bmatrix} \rho \underline{V}_e^T \\ \rho \underline{V}_e \otimes \underline{V}_e + p^* \underline{I} \\ (\rho E_e \underline{V}_e + p^* \underline{V}_e)^T \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p^* = p + \frac{2}{3} \rho k \quad (\text{B.3})$$

– les flux diffusifs

$$\underline{Fd}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ -\underline{\tau}_e^* \\ -(\underline{\tau}_e^* \underline{V}_e - \underline{q}_e^*)^T \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{\tau}_e^* &= \underline{\tau}_e + \left(\underline{\tau}_{Re} + \frac{2}{3} \rho k \underline{I} \right) \\ \underline{q}_e^* &= \underline{q}_e + \underline{qt}_e \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

– les termes sources

$$\underline{T}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho (f_{Cor_e} + f_{cen_e}) \\ \rho \underline{V}_e^T f_{cen_e} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_{Cor_e} &= -2 \underline{\Omega}_e \times \underline{V}_e \\ f_{cen_e} &= - \left[\frac{\partial \underline{s}_{E_e}}{\partial t} + \underline{\Omega}_e \times \underline{s}_{E_e} \right] \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

E_e , e , k , $\underline{\tau}_e$, $\underline{\tau}_{Re}$, \underline{q}_e , \underline{q}_{te} , \underline{f}_{Cor} , \underline{f}_{cen} et $\underline{\Omega}_e$ sont respectivement l'énergie totale relative, l'énergie interne, l'énergie cinétique turbulente, le tenseur des contraintes, le tenseur de Reynolds, le flux de chaleur, le flux de chaleur turbulent, la force de Coriolis, la force centrifuge et le vecteur vitesse de rotation. L'exposant T représente la transposée de la matrice.

Le terme source est non nul car en repère relatif les termes d'entraînement doivent être pris en compte. Les termes \underline{Fd}_e et \underline{Fc}_e sont des termes dit de flux de convection et de diffusion au sein de la cellule de calcul.

Le code *elsA* est basé sur une approche "cell centred" pour laquelle les inconnues sont calculées aux centres des cellules du maillage. Dans le cadre de cette étude, l'aube de turbomachine est considérée comme indéformable, le maillage comme indéformable et la vitesse de rotation comme constante au cours du temps. Ceci implique pour la vitesse de rotation que $\underline{s} = \underline{s}_E$ et que la normale sortante est constante. Le code *elsA* étant un code structuré, les cellules du maillage sont de type hexaédrique. le volume $V(\Omega)$ se compose de facettes Σ_i avec :

$$V(\Omega) = \int_{\Omega} d\Omega \quad \text{et} \quad \partial\Omega = \sum_{i=1}^6 \Sigma_i \quad (\text{B.6})$$

l'indice i faisant référence aux cellules et non à une composante du vecteur \underline{W} . On définit la valeur moyenne des inconnues de \underline{W} , des flux à travers une surface Σ_i et des termes sources :

$$\begin{aligned} \underline{W}_{\Omega}(t) &= \frac{1}{V(\Omega)} \int_{\Omega} \underline{W}(t) d\Omega \\ \underline{F}_{\Sigma_i}(t) &= \underline{F}(\underline{W}, \underline{W}_i) \cdot \underline{N}_{\Sigma_i} = \int_{\Sigma_i} \left[\underline{Fc}(\underline{W}, \underline{s}) + \underline{Fd}(\underline{W}, \underline{grad}^t \underline{W}) \right] \cdot \underline{n} d\Sigma \\ \underline{T}_{\Omega}(t) &= \frac{1}{V(\Omega)} \int_{\Omega} \underline{T}(\underline{W}, \underline{grad} \underline{W}) d\Omega \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

En définissant le résidu numérique \underline{R}_{Ω} comme la somme des contributions des flux diffusifs et du terme source l'équation générale à résoudre B.1 s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (V(\Omega) \underline{W}_{\Omega}) = - \left[\sum_{i=1}^6 \underline{F}_{\Sigma_i} - V(\Omega) \underline{T}_{\Omega} \right] = -\underline{R}_{\Omega} \quad (\text{B.8})$$

La résolution de ce système d'équations passe pour une cellule du domaine de calcul par :

- la détermination des flux diffusifs et convectifs
- la détermination du terme source
- l'intégration en temps de l'équation pour déterminer l'inconnue \underline{W}_i au pas de temps suivant
- le contrôle de l'avancée et de la convergence de la simulation en déterminant le résidu à chaque instant et son évolution au cours du calcul. Par exemple pour un calcul stationnaire le résidu doit converger vers une valeur finie faible.

Nous décrivons dans le prochain paragraphe les différents schémas employés pour déterminer les flux convectifs et diffusifs. Cette section est intitulée discrétisation spatiale puisque ces flux sont dépendants de l'espace.

B.1.2 Discrétisation spatiale

B.1.2.1 Flux convectifs

B.1.2.2 Schéma centré de Jameson

Le schéma centré de Jameson [144] s'écrit comme tout schéma centré comme la somme d'une discrétisation spatiale centrée simple et d'un terme de dissipation numérique, la discrétisation centrée simple étant inconditionnellement instable. L'expression des flux convectifs à l'interface $\Sigma_{i+\frac{1}{2}}$ entre deux cellules adjacentes Ω_i et Ω_{i+1} correspond à la moyenne des flux évalués au centre de ces cellules adjacentes :

$$\underline{Fc}(W_i, W_{i+1}) \cdot N_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\underline{Fc}(W_i) + \underline{Fc}(W_{i+1}) \right] \cdot N_{i+\frac{1}{2}} - \underline{D}_{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{B.9})$$

avec $\underline{D}_{i+\frac{1}{2}}$ un terme de dissipation numérique artificielle. La forme ci-dessous du schéma de Jameson correspond à la forme dite "divergence" du schéma puisque, si l'on considère les termes non-linéaires de convection des équations de Navier-Stokes $(\underline{U} \cdot \underline{grad}) \underline{U}$, la discrétisation B.9 appliquée à ces termes correspond à une écriture sous forme de divergence des termes non linéaires de convection

$$\frac{\partial u_i u_m}{x_m} \quad (\text{B.10})$$

Une autre écriture est possible appelée forme "skew" symétrique basée sur une écriture sous forme de moyenne des termes de convection :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i u_m}{x_m} + u_m \frac{\partial u_i}{x_m} \right) \quad (\text{B.11})$$

Cette écriture revient pour le schéma de Jameson à écrire :

$$\underline{Fc}(W_i, W_{i+1}) \cdot N_{i+\frac{1}{2}} = \underline{Fc} \left(\frac{1}{2} (W_i + W_{i+1}) \right) \cdot N_{i+\frac{1}{2}} - \underline{D}_{i+\frac{1}{2}} \quad (\text{B.12})$$

Pour la seconde écriture la moyenne des inconnues conservatives est réalisée avant l'évaluation du flux.

Le terme de dissipation numérique artificielle $\underline{D}_{i+\frac{1}{2}}$ permet d'éviter des oscillation parasites au niveau des discontinuités et dans les zones de fort gradient de pression comme par exemple au niveau des chocs ou des points d'arrêt. Jameson et al. indiquent qu'une formulation combinant dérivées du second et du quatrième ordre dont les coefficients sont dépendants du gradient de pression local permet d'avoir une dissipation numérique efficace. Le terme de dissipation s'écrit :

$$\underline{D}_{i+\frac{1}{2}} = \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} (\underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i) - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} (\underline{W}_{i+2} - 3\underline{W}_{i+1} + 3\underline{W}_i - \underline{W}_{i-1}) \quad (\text{B.13})$$

Les coefficients $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$ et $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)}$ sont dépendants de l'écoulement et font intervenir le facteur d'échelle $r_{i+\frac{1}{2}}$ et le senseur $\nu_{i+\frac{1}{2}}$ (Colin [145]).

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} &= \chi^{(2)} r_{i+\frac{1}{2}} \nu_{i+\frac{1}{2}} \\ \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} &= \max \left(0, \chi^{(4)} r_{i+\frac{1}{2}} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Le senseur $\nu_{i+\frac{1}{2}}$, il est défini de la façon suivante :

$$\nu_{i+\frac{1}{2}} = \max(\nu_i, \nu_{i+1}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \nu_i &= \sigma g(p) + (1 - \sigma) g(\|\underline{U}\|) \\ g(\zeta) &= \frac{|\zeta_{i+1} - 2\zeta_i + \zeta_{i-1}|}{|\zeta_{i+1} + 2\zeta_i + \zeta_{i-1}|} \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

Le paramètre σ est fixé afin de choisir les grandeurs aérodynamiques employées par le senseur. Pour $\sigma = 1$ le senseur est calculé à partir de la dérivée seconde normalisée de la pression et pour $\sigma = 0$ à partir de la norme du vecteur vitesse. Le facteur $r_{i+\frac{1}{2}}$ est évalué à l'aide de la moyenne des rayons spectraux à l'interface $\tilde{r}_{i+\frac{1}{2}}$. La correction de Martinelli permet de le modifier pour l'adapter à l'utilisation de maillage avec des cellules très étirées :

$$r_{i+\frac{1}{2}} = \tilde{r}_{i+\frac{1}{2}} \left[1 + \xi_1 \max \left(\left(\frac{r_{li,lj,lk}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right)^{\xi_2} \right) \right] \quad \text{avec} \quad li = i, i+1; lj = j \pm \frac{1}{2}; lk = k \pm \frac{1}{2} \quad (\text{B.16})$$

Sans correction de Martinelli $\xi_1 = 0$ sinon $\xi_1 = 1$ et il faut spécifier un coefficient ξ_2 compris entre 0.2 et 0.5.

Dans le cadre du code *elsA* l'utilisateur doit fixer les paramètres $\chi^{(2)}$, $\chi^{(4)}$ et σ . Pour des écoulements transsoniques stationnaires les valeurs usuelles sont pour $\chi^{(2)}$ comprise entre 0.25 et 1.0 et pour $\chi^{(4)}$ comprises entre 0.016 et 0.064.

B.1.2.3 Schéma décentré de Roe

Roe [146] remplace le problème de Riemann exact non-linéaire par un problème approché linéarisé (Hirsch [147]). A l'interface $\Sigma_{i+\frac{1}{2}}$, Roe introduit les états gauche (\underline{W}^L) et droit (\underline{W}^R) relatifs aux cellules Ω_i et Ω_{i+1} . Le flux est alors défini par :

$$\underline{\underline{Fc}}(\underline{W}^L, \underline{W}^R) \cdot \underline{N} = \frac{\underline{\underline{Fc}}(\underline{W}^L) \cdot \underline{N}^L + \underline{\underline{Fc}}(\underline{W}^R) \cdot \underline{N}^R}{2} - \frac{1}{2} |\underline{\underline{A}}| (\underline{W}^R - \underline{W}^L) \quad (\text{B.17})$$

avec $|\underline{\underline{A}}|$ défini par :

$$|\underline{\underline{A}}| = \underline{\underline{M}} \text{diag}(|\lambda_A|) \underline{\underline{M}}^{-1} \quad (\text{B.18})$$

où $\underline{\underline{M}}$ et $\underline{\underline{M}}^{-1}$ sont les vecteurs propres de $\underline{\underline{A}}$ et $\text{diag}(|\lambda_A|)$ est la matrice diagonale des modules des valeurs propres de $\underline{\underline{A}}$. La matrice $\underline{\underline{A}}$ est la matrice de Roe, elle ne dépend que des états à gauche et à droite. Elle est définie par Roe de façon à respecter les contraintes suivantes (Alziary [148]) :

- conservativité de la méthode : $\underline{\underline{A}}(\underline{W}^L, \underline{W}^R)(\underline{W}^R - \underline{W}^L) = \underline{\underline{Fc}}(\underline{W}^R) \cdot \underline{N}^R - \underline{\underline{Fc}}(\underline{W}^L) \cdot \underline{N}^L$
- $\underline{\underline{A}}$ doit être diagonalisable à valeurs propres réelles
- $\underline{\underline{A}}(\underline{W}, \underline{W}) = \tilde{\underline{\underline{A}}}(\underline{W})$ où $\tilde{\underline{\underline{A}}} = \frac{\underline{\underline{FcN}}}{\underline{W}}$ est la matrice jacobienne du système.

La matrice $\underline{\underline{A}}$ est identique à la matrice $\tilde{\underline{\underline{A}}}(\underline{\overline{W}})$ calculée pour un état moyen $\underline{\overline{W}}$ appelé moyenne de Roe et définie par :

$$a = \sqrt{\frac{\rho^R}{\rho^L}} \quad \bar{\rho} = a\rho^L \quad \overline{W}_j = \frac{W_j^L + aW_j^R}{1+a} \quad \overline{H} = \frac{H^L + aH^R}{1+a} \quad (\text{B.19})$$

Le schéma de Roe décrit précédemment est seulement du premier ordre. Il peut être étendu à des ordres supérieurs (second et troisième ordre). De plus, sans application de la correction de Harten, ce schéma peut conduire à des solutions non physiques puisque non entropiques comme par exemple un choc de détente.

Correction entropique de Harten Harten [149] propose de remplacer le module des valeurs propres de la matrice de Roe lorsqu'elles se rapprochent de zéro afin de ne pas avoir

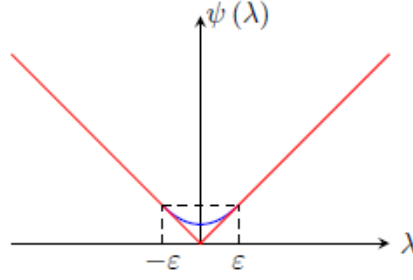


FIGURE B.1 – Schéma de principe de la correction de Harten

de solution non entropique. La correction apportée sur la valeur propre λ est effectuée en introduisant un paramètre ε de la manière suivante :

$$|\lambda_{Harten}| = \psi(\lambda) = \begin{cases} |\lambda| & \text{si } |\lambda| \geq \varepsilon \\ \frac{(|\lambda|^2 + \varepsilon^2)}{2\varepsilon} & \text{si } |\lambda| < \varepsilon \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

En pratique la variable ε peut être choisie à partir de la vitesse locale u , de la célérité locale du son c et du paramètre $\check{\varepsilon}$ fixé par l'utilisateur :

$$\varepsilon = \check{\varepsilon}(|u| + c) \quad (\text{B.21})$$

Un choix d'une valeur élevée pour $\check{\varepsilon}$ augmentera la robustesse mais dégradera la précision en augmentant la viscosité numérique (Alziary [148]). La figure B.1 représente la correction apportée sur la valeur propre λ .

Le flux de Roe s'exprime finalement :

$$\underline{\underline{F_c}}(\underline{W}^L, \underline{W}^R) \cdot \underline{N} = \frac{\underline{\underline{F_c}}(\underline{W}^L) \cdot \underline{N}^L + \underline{\underline{F_c}}(\underline{W}^R) \cdot \underline{N}^R}{2} - \frac{1}{2} \Psi(|\underline{A}|) (\underline{W}^R - \underline{W}^L) \quad (\text{B.22})$$

avec $\Psi(|\underline{A}|) = \underline{\underline{M}} \text{diag}(\psi(|\lambda_A|)) \underline{\underline{M}}^{-1}$.

Extension au deuxième et au troisième ordre A l'aide de la méthode MUSCL (Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Law) proposée par Van Leer [150] il est possible d'étendre le schéma de Roe à un ordre supérieur à l'ordre 1 insuffisamment précis. La méthode MUSCL consiste à supposer que les variables conservatives \underline{W} ne sont plus constantes dans chaque cellule mais varient linéairement dans la cellule. Il faut alors reconstruire les valeurs à l'interface en partant des valeurs au centre des cellules de manière décentrée comme de manière centrée pour avoir un schéma au deuxième ordre (Alziary [148]) :

– Formulation décentrée

$$\underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^L = \underline{W}_i + \frac{\underline{W}_i - \underline{W}_{i-1}}{2} \quad \text{et} \quad \underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^R = \underline{W}_i - \frac{\underline{W}_{i+2} - \underline{W}_{i+1}}{2} \quad (\text{B.23})$$

– Formulation centrée

$$\underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^L = \underline{W}_i + \frac{\underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i}{2} \quad \text{et} \quad \underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^R = \underline{W}_{i+1} - \frac{\underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i}{2} \quad (\text{B.24})$$

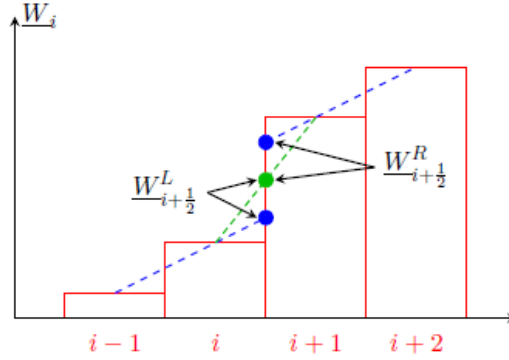


FIGURE B.2 – Schéma de principe de la reconstruction MUSCL - Les variables conservatives de différentes cellules sont représentées en rouge, les valeurs reconstruites par formulation décentrée par les traits et cercles bleus, et celles reconstruites à l'aide de la formulation centrée par le trait et le cercle vert.

Les deux formulations sont présentées sur la figure B.2 où sont présentées en rouge les valeurs des variables conservatives dans quatre cellules, en bleu les valeurs issues de la formulation décentrée et en vert les valeurs pour la formulation centrée .

Il est également possible de combiner ces deux formulations en introduisant un paramètre pondérateur Φ pour avoir :

$$\begin{aligned} \underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^L &= \underline{W}_i + \frac{1-\Phi}{4}\Gamma_{i-\frac{1}{2}} + \frac{1+\Phi}{4}\Gamma_{i+\frac{1}{2}} \\ \underline{W}_{i+\frac{1}{2}}^R &= \underline{W}_i - \frac{1+\Phi}{4}\Gamma_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1-\Phi}{4}\Gamma_{i+\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

avec

$$\Gamma_{i+\frac{1}{2}} = \underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i \quad (\text{B.26})$$

Cette formulation est alors décentrée si Φ vaut -1 , centrée si Φ vaut 1 et du troisième ordre si Φ vaut $\frac{1}{3}$ (Hirsch [147]).

Introduction de Limiteur Contrairement à Jameson qui introduit une viscosité artificielle pour s'affranchir des oscillations parasites Harten [149] introduit pour le schéma MUSCL le concept de variation totale décroissante (TVD) qui sert à limiter la variation au cours du temps des inconnues \underline{W} :

$$TV(\underline{W}^{n+1}) \leq TV(\underline{W}^n) \quad (\text{B.27})$$

$$TV(\underline{W}) = \sum_i |\underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i| \quad (\text{B.28})$$

En pratique cela se traduit par l'application de limiteurs de pente qui limitent la variation des variables lors de l'extrapolation pour déterminer les états gauche et droit en les comparant aux

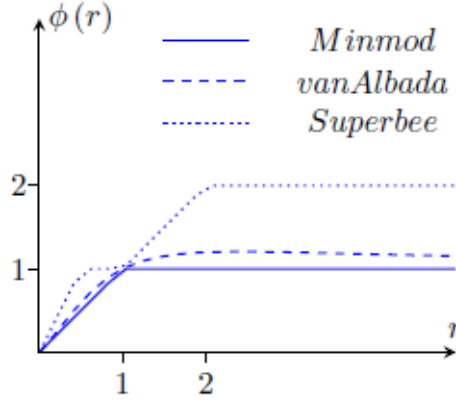


FIGURE B.3 – Représentation des limiteurs Minmod, de van Albada et Superbee (Hirsch)

pentés des cellules voisines. Il existe de nombreux limiteurs (Hirsch [147]) tel que les limiteurs :

$$\begin{aligned}
 \text{Minmod} \quad \phi(r) &= \max(0, \min(1, r)) \\
 \text{van Leer} \quad \phi(r) &= \frac{r + |r|}{1 + r} \\
 \text{van Albada} \quad \phi(r) &= \max\left(0, \frac{r + r^2}{1 + r^2}\right) \\
 \text{Superbee} \quad \phi(r) &= \max(0, \min(1, 2r), \min(2, r)) \\
 \text{Chakravarthy} \quad \phi(r) &= \max(0, \min(\beta, r)) ; 1 \leq \beta \leq 2
 \end{aligned} \tag{B.29}$$

Le limiteur le plus robuste mais le plus dissipatif est le limiteur Minmod. Ce limiteur est représenté sur la figure B.3 ainsi que les limiteurs van Albada et Superbee.

La reconstruction MUSCL s'écrit, en définissant la fonction $\phi(r)$ comme limiteur (Alziary [148]), de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 W_{i+\frac{1}{2}}^L &= W_i + \frac{1 - \Phi}{4} \phi(r^L) \Gamma_{i-\frac{1}{2}} + \frac{1 + \Phi}{4} \phi\left(\frac{1}{r^L}\right) \Gamma_{i+\frac{1}{2}} \\
 W_{i+\frac{1}{2}}^R &= W_i - \frac{1 + \Phi}{4} \phi(r^R) \Gamma_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1 - \Phi}{4} \phi\left(\frac{1}{r^R}\right) \Gamma_{i+\frac{3}{2}}
 \end{aligned} \tag{B.30}$$

Avec $r^L = \frac{\Gamma_{i+\frac{1}{2}}}{\Gamma_{i-\frac{1}{2}}}$ et $r^R = \frac{\Gamma_{i+\frac{1}{2}}}{\Gamma_{i+\frac{3}{2}}}$.

B.1.2.4 Flux diffusifs

Les flux diffusifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma centré en "5 points" basé sur les inconnues des cellules $(i - 2)$, $(i - 1)$, i , $(i + 1)$ et $(i + 2)$. Dans un premier temps, les gradients de vitesse, de température et des grandeurs turbulentes sont déterminés. Le gradient du vecteur vitesse s'écrit :

$$(\underline{\underline{grad}}(\underline{U}))_C = \frac{1}{V(\Omega)} \int_{\Omega} \underline{\underline{grad}}(\underline{U}) d\Omega = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{V(\Omega)} \int_{\Sigma_i} \underline{U} \otimes \underline{n} d\Sigma \tag{B.31}$$

L'évaluation des gradients de la température est obtenue par une méthode similaire en remplaçant le produit tensoriel du vecteur vitesse par la normale par le produit de la quantité scalaire

considérée avec le vecteur normal. Les flux diffusifs à l'interface Σ_i sont obtenus par moyenne des flux obtenus aux centres des cellules Ω et Ω_i :

$$\int_{\Sigma_i} \underline{\underline{Fd}} \cdot \underline{n} d\Sigma = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{Fd}}_{\Omega} + \underline{\underline{Fd}}_{\Omega_i} \right) \cdot \underline{N}_{\Sigma_i} \quad (\text{B.32})$$

B.1.3 Méthodes d'intégration temporelles

Schéma Runge-Kutta Les méthodes de type Runge-Kutta sont des techniques d'intégration temporelle explicites utilisées dans le cadre de simulations numériques. Appliquées aux équations de Navier-Stokes ou d'Euler cette méthode permet de déterminer la solution stationnaire ou instationnaire du problème. Pour une méthode de Runge-Kutta à m étapes la solution évolue entre les temps $t^n = n\Delta t$ et $t^{n+1} = (n+1)\Delta t = t^n + \Delta t$ ainsi :

$$\begin{aligned} \underline{W}^{(0)} &= \underline{W}^{(n)} \\ \Delta \underline{W}^{(1)} &= -\alpha_1 \frac{\Delta t}{V(\Omega)} \underline{R}_{\Omega}^{(0)} \\ \underline{W}^{(1)} &= \underline{W}^{(0)} + \Delta \underline{W}^{(1)} \\ &\dots \\ \Delta \underline{W}^{(q)} &= -\alpha_q \frac{\Delta t}{V(\Omega)} \underline{R}_{\Omega}^{(q-1)} \\ \underline{W}^{(q)} &= \underline{W}^{(0)} + \Delta \underline{W}^{(q)} \\ &\dots \\ \underline{W}^{(n+1)} &= \underline{W}^{(m)} \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

Schéma Euler rétrograde Le schéma d'Euler rétrograde est un cas particulier des méthodes de type Runge-Kutta, avec une seule étape et $\alpha_1 = 1$. Ce schéma s'écrit :

$$\underline{W}^{(n+1)} - \underline{W}^{(n)} = -\frac{\Delta t}{V(\Omega)} \underline{R}_{\Omega}^{(n)} \quad (\text{B.34})$$

Il est à noter que sous une forme explicite et couplée avec un schéma de discrétisation spatiale centré simple (section B.1.2.2), ce schéma d'intégration temporelle est inconditionnellement instable. Il faut alors ajouter des étapes. Pour un couplage avec un schéma décentré amont, ce schéma est stable sous certaines conditions dictées par le nombre de CFL dont la définition est donnée par la suite. Une autre technique pour augmenter la stabilité des schémas numériques est d'impliciter le terme de résidu dans l'équation (B.8). Ainsi, si l'on considère l'équation (B.35), avec $\theta = 0$ on a la discrétisation Euler rétrograde explicite et avec $\theta = 1$ la version implicite de ce schéma.

$$V(\Omega) \frac{\underline{W}^{(n+1)} - \underline{W}^{(n)}}{\Delta t} + \theta \underline{R}_{\Omega}^{(n+1)} + (1 - \theta) \underline{R}_{\Omega}^{(n)} = 0 \quad (\text{B.35})$$

Les schémas temporels décrit jusqu'à présent sont dit explicites puisque l'avancée à l'instant $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$ se fait après détermination du résidu numérique au pas de temps $t^n = n\Delta t$ de manière explicite. La stabilité de ces schémas temporels requiert des pas de temps extrêmement faibles ou autrement exprimé des nombres de CFL très faibles. Ceci est très pénalisant en terme de temps CPU puisque la solution est obtenue après un temps très long. Pour une plus grande efficacité des méthodes implicites ont été introduites.

B.2 Méthodes implicites

La linéarisation des équations implicites non linéaires est une méthode de construction de schémas implicites inconditionnellement stables (Hirsch [147]).

B.2.1 Linéarisation implicite

Pour un volume $V(\Omega)$ du domaine de calcul constant au cours du temps, l'incrément du vecteur des variables conservatives noté $\Delta \underline{W}_\Omega = \underline{W}_\Omega^{n+1} - \underline{W}_\Omega^n$ (c.f eq. B.8) devient pour une discrétisation temporelle implicite du premier ordre :

$$\frac{V(\Omega) \Delta \underline{W}_\Omega}{\Delta t} = -\underline{R}_\Omega^{n+1} \quad (\text{B.36})$$

où le terme de résidu n'est pas pris à l'instant n mais à l'instant suivant $n+1$. En négligeant les ordres élevés en temps, le terme de résidu implicite $\underline{R}_\Omega^{n+1}$ peut être linéarisé par rapport à la variable temporelle :

$$\begin{aligned} \underline{R}_\Omega^{n+1} &= \underline{R}_\Omega^n + \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial t} \Delta t + \mathcal{O}(\Delta t^2) \\ &\approx \underline{R}_\Omega^n + \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}_\Omega} \frac{\partial \underline{W}_\Omega}{\partial t} \Delta t + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}_{\Omega_i}} \frac{\partial \underline{W}_{\Omega_i}}{\partial t} \Delta t \\ &\approx \underline{R}_\Omega^n + \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}_\Omega} \Delta \underline{W}_\Omega + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}_{\Omega_i}} \Delta \underline{W}_{\Omega_i} \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

On note $\delta_{\Omega\Omega_i}$ l'opérateur de translation d'indices sur l'incrément $\Delta \underline{W}_\Omega$, de l'indice Ω à l'indice Ω_i soit $\Delta \underline{W}_{\Omega_i} = \delta_{\Omega\Omega_i} \cdot \Delta \underline{W}_\Omega$. On définit l'opérateur \underline{J} tel que :

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}} + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \underline{R}_\Omega}{\partial \underline{W}_{\Omega_i}} \delta_{\Omega\Omega_i} \quad (\text{B.38})$$

En introduisant les équations (B.37) et (B.38) dans l'équation (B.36), celle-ci s'écrit :

$$\left[\frac{V(\Omega)}{\Delta t} \underline{I} + \underline{J} \right] \cdot \Delta \underline{W}_\Omega = -\underline{R}_\Omega^n \quad (\text{B.39})$$

avec \underline{I} la matrice identité. Le membre de droite de l'équation (B.39) est le résidu explicite et le membre de gauche contient l'opérateur implicite $\left[\frac{V(\Omega)}{\Delta t} \underline{I} + \underline{J} \right]$. Ce système résolu de manière itérative améliore sensiblement le temps de convergence sans affecter la précision en espace (Colin [145]). La précision en espace est donné par le schéma utilisé pour évaluer le terme de résidu explicite. Les méthodes itératives employées pour résoudre ce système sont les méthodes LUSSOR et LURELAX.

Résolution du système à l'aide la technique LU-SSOR Cette méthode est basée sur la factorisation de la matrice en trois matrices, une triangulaire strictement supérieure \underline{U} , une diagonale \underline{D} et une triangulaire strictement inférieure \underline{L} . Le système (B.39) devient alors (Hirsch [147]) :

$$(\underline{L} + \underline{D} + \underline{U}) \cdot \Delta \underline{W}_\Omega = -\underline{R}_\Omega^n \quad (\text{B.40})$$

Cette méthode est une méthode symétrique de relaxations successives (SSOR soit *Symmetric Successive Over Relaxation*). Des étapes répétées à chaque cycle de relaxation sont effectués,

le nombre d'étapes peut être de 2, 4 ou 8. Nous donnons ici (B.41) l'exemple où le nombre d'étapes est de 2.

$$\begin{aligned} (\underline{\mathcal{L}} + \underline{\mathcal{D}}) \Delta \underline{W}^{p+\frac{1}{2}} &= -\underline{R}_\Omega^n - U \Delta \underline{W}^p \\ (\underline{\mathcal{D}} + \underline{\mathcal{U}}) \Delta \underline{W}^{p+1} &= -\underline{R}_\Omega^n - L \Delta \underline{W}^{p+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

où p indique le numéro de cycle.

B.2.2 Schéma de Gear

Le schéma de Gear [147] est un schéma d'intégration en temps implicite, itératif, d'ordre 2 qui peut s'écrire sous la forme discrète suivante :

$$\frac{V(\Omega) \left[3\underline{W}_\Omega^{n+1} - 4\underline{W}_\Omega^n + \underline{W}_\Omega^{n-1} \right]}{2\Delta t} + \underline{R}_\Omega^{n+1} = 0 \quad (\text{B.42})$$

Le schéma est dit itératif car la résolution de ce système se fait à l'aide d'une méthode de Newton. Pour éviter un temps de calcul trop long, en pratique, on fixe un nombre d'itérations et un critère de convergence aux itérations internes propre à la méthode de Newton. C'est ce qui est réalisé à l'aide du code *elsA* [151].

B.3 Calcul du pas de temps

Le pas de temps choisi pour la simulation est un élément central pour la stabilité de la simulation, un pas de temps trop élevé pouvant conduire à la divergence d'un calcul notamment dans le cas de schéma explicite en temps. Cela se traduit par l'apparition d'un critère de stabilité portant sur le nombre de Courant-Friedrichs-Levy (ou CFL) défini par $\sigma = u \frac{\Delta t}{\Delta x}$. Ce nombre est le critère de stabilité pour les flux convectifs liant le pas de temps au pas d'espace. Il faut noter que le nombre de CFL vaut $2\sqrt{2}$ pour le schéma de Jameson sans prendre en compte les termes de viscosité artificielle et 1 pour le schéma de Roe à l'ordre 1 (section B.1.2.1), et ce pour la version explicite de ces schémas.

B.3.1 Pas de temps convectif

En notant Δh la dimension caractéristique du volume de contrôle de la cellule de maillage considérée, c la vitesse du son, $\|\underline{U}\|$ la norme du vecteur vitesse évaluée à partir des grandeurs conservatives le pas de temps convectif s'écrit :

$$\Delta t_c = \text{CFL} \frac{\Delta h}{\|\underline{U}\| + c} \quad (\text{B.43})$$

Pour des repères en entraînement comme c'est le cas en turbomachines la vitesse U apparaissant dans l'expression du pas de temps convectif est corrigée pour tenir compte du mouvement d'entraînement :

$$\Delta t_c = \text{CFL} \frac{\Delta h}{\|\underline{U} - \underline{s}\| + c} \quad (\text{B.44})$$

avec en turbomachines \underline{s} la vitesse de rotation.

B.4. Résolution des équations turbulentes

B.3.2 Pas de temps diffusif

Par application de la méthode de von Neumann aux flux diffusifs, le pas de temps diffusif s'écrit :

$$\Delta t_d = 0.5CFL (\Delta h)^2 \frac{\rho}{\mu} \frac{Pr}{\gamma} \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{-1} \quad (\text{B.45})$$

avec μ , μ_t , Pr , Pr_t et CFL respectivement la viscosité moléculaire, la viscosité turbulente, le nombre de Prandtl, le nombre de Prandtl turbulent et le nombre CFL .

B.3.2.1 Choix du pas de temps

Le pas de temps alors retenu pour l'intégration en temps correspond au pas de temps le plus petit :

$$\Delta t = \min(\Delta t_c, \Delta t_d) \quad (\text{B.46})$$

En pratique c'est le pas de temps diffusif qui fixe le pas de temps global.

B.3.2.2 Pas de temps local

Pour une simulation stationnaire il n'est pas important de maintenir la consistance entre le temps numérique avec le pas de temps physique. Un pas de temps local adapté à chaque cellule peut être utilisé pour accélérer la convergence (Hirsch [147]). Pour une simulation de type instationnaire l'avancement en temps doit être le même pour toutes les cellules du domaine de calcul ce qui impose que le pas de temps soit global. Ce pas de temps global est fixé soit arbitrairement en respectant des conditions de stabilité notamment en terme de nombre CFL soit en fixant un nombre CFL. Dans le second cas le pas de temps global est alors la plus petite valeur sur l'ensemble du domaine de calcul.

B.4 Résolution des équations turbulentes

Les équations décrivant la turbulence (les équations pour le modèle $k - \omega$ ici) sont résolues de la même manière si ce n'est que :

- les flux convectifs sont modélisés par un schéma de Roe au premier ou second ordre n'utilisant pas la reconstruction MUSCL.
- le terme source est systématiquement non nul

Le système d'équations décrivant le champ moyen et le système d'équations de transport turbulentes sont découplés car sans une première étape la résolution du champ moyen est effectué puis dans une seconde étape celle du champ turbulent.

B.5 Méthodes numériques particulières à la simulations d'écoulements en turbomachines

B.5.1 Condition de plan de mélange

Cette condition aux limites permet la simulation numérique stationnaire de roues successives dans une turbomachine. Elle s'applique à l'interface des domaines de calcul de chaque roue que

l'on appelle avec cette technique plan de mélange. L'influence d'une roue I sur une roue adjacente J est traduite par un transfert sur la face de la roue adjacente J de l'information provenant de la roue I. L'information transmise est une moyenne azimutale à rayon constant sur la facette de la roue I de grandeurs aérodynamiques qui sont utilisées pour déterminer les flux sur la facette opposée appartenant à la roue J. L'influence moyenne pour un passage de la roue adjacente est pris en considération à travers la moyenne azimutale.

B.5.1.1 Hypothèses sur les interfaces et leur maillage

L'application de la condition aux limites de plan de mélange présuppose plusieurs hypothèses :

- la vitesse de rotation dans chaque roue est constante
- le maillage est indéformable
- les interfaces entre deux roues sont des surfaces axi-symétrique

B.5.1.2 Mise en oeuvre pratique de la méthode

Considérons F_I et F_J les faces appartenant aux roues I et J et composant l'interface Σ_{ij} entre les deux roues. Pour la face F_I et la grandeur aérodynamique ϕ_l il est dans un premier temps réalisé une moyenne sur une extension azimutale de la roue J Θ_J de la grandeur aérodynamique ϕ_l :

$$\overline{\phi_{IJ}}(k) = \frac{1}{\Theta_J(k)} \sum_{\text{facettes à } k=\text{cst}} \phi_l \Delta\Theta_J \quad (\text{B.47})$$

avec k la position relative de la facette suivant le nombre de nappes et $\Delta\Theta_J$ l'extension azimutale de la cellule contenant le noeud $(0, j, k)$ de F_J .

Dans le cas général, les lignes de maillage azimutales à rayon constant ne sont pas coïncidentes à l'interface entre les roues I et J et il est nécessaire de procéder à une interpolation entre les deux interfaces. Dans un second temps, les moyennes des grandeurs aérodynamiques réalisées sur la face opposée (ie c'est à dire ici sur la face de la roue J) sont utilisées comme conditions aux limites sur la face de la roue I afin de déterminer pour la cellule de la roue I contenant la facette I le vecteur unicolonne des inconnues du champ moyen et du champ turbulent.

A partir des moyennes des invariants de Riemann sur les facettes de la roue opposée au niveau du plan de mélange, les relations caractéristiques sont utilisées pour déterminer les inconnues du champ moyen. Une autre approche pour définir les inconnues du champ moyen consiste à utiliser la moyenne dynalique, la moyenne "NASA" ou la moyenne des variables primitives sur la facette de l'interface appartenant à la roue aval. Pour les variables turbulentes, le traitement est légèrement différent : dans le cas d'une condition d'entrée, après moyenne sur la facette de la roue opposée, la valeur dite schéma comme c'est le cas pour une condition d'entrée standard est imposée ; dans le cas d'une condition de sortie la moyenne standard est imposée sur la facette. Le même traitement est effectué pour les scalaires γ et $\overline{Re_\theta}$ du modèle de transition.

B.5.2 Condition de chorochronicité

La condition de "chorochronicité" ou de déphasage spatio-temporel permet la simulation instationnaire d'écoulement pour un étage (1 stator + 1 rotor) en turbomachine en ne considérant pour chaque roue qu'un seul canal inter-aube. Cette méthode est très pratique et couramment

B.5. Méthodes numériques particulières à la simulations d'écoulements en turbomachines

utilisée car elle permet de limiter le domaine de calcul à un seul canal pour un canal instationnaire bien qu'il n'y ait pas le même nombre d'aube dans la roue du stator et du rotor et donc pas la même périodicité spatiale. Cette méthode se base sur l'hypothèse que les répétitions ou périodicités qui apparaissent au cours du temps dans la configuration géométrique apparaissent également dans l'écoulement ou en d'autres termes que l'écoulement ne génère pas d'autres fréquences de phénomènes que celles induites par le mouvement relatif des roues. Il est dès lors possible d'imposer une périodicité spatio-temporelle à l'écoulement dans chaque roue en ne considérant que le nombre d'aubes et la fréquence de rotation. Toutefois cette hypothèse qui est bien vérifiée pour le régime d'écoulement nominal est mise en défaut pour des régimes dégradés comme le fonctionnement proche pompage d'un compresseur, le flottement ou le "vortex shedding" au bord de fuite d'une aube.

B.5.2.1 Hypothèses de base

Les hypothèses émises pour appliquer la condition de chorochronicité sont les suivantes :

- la vitesse de rotation de la roue mobile Ω est constante,
- l'écoulement est en régime établi,
- les conditions d'alimentation et d'extraction de l'écoulement n'introduisent pas de distorsion ni à l'amont ni à l'aval.

B.5.2.2 Expression du déphasage spatio-temporel

Considérons un étage de turbomachine composé d'une roue 1 qui a N_1 aubes et d'une roue 2 qui a N_2 aubes. On appelle "pas" de chaque roue i l'angle de périodicité géométrique :

$$\Theta_i = \frac{2\pi}{N_i} \quad (\text{B.48})$$

Dans le référentiel de la roue 1 la période des phénomènes instationnaires correspond à l'intervalle de temps entre le passage de deux aubes consécutives de la roue 2 devant un repère fixe du référentiel de la roue 1. De même dans le référentiel tournant de la roue 1 la période des phénomènes instationnaires correspond à l'intervalle de temps entre le passage de deux aubes consécutives de la roue 1 devant un repère relatif lié au référentiel de la roue 2. Ces deux périodes s'expriment tout simplement :

$$T_1 = \frac{2\pi}{|\Omega| N_2} = \frac{\Theta_2}{|\Omega|} \quad (\text{B.49})$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{|\Omega| N_1} = \frac{\Theta_1}{|\Omega|} \quad (\text{B.50})$$

$$|\Omega| = \Omega_1 - \Omega_2 \quad (\text{B.51})$$

En désignant par $W(\vec{x}_i, t)$ l'état du fluide à la position $\vec{x}_i = (x, r, \Theta_i)$ dans le référentiel de la roue i et à l'instant t , la périodicité temporelle s'écrit dans chaque référentiel :

$$W(\vec{x}_i, t + T_i) = W(\vec{x}_i, t) \quad \text{avec} \quad i = 1, 2 \quad (\text{B.52})$$

Les coordonnées d'un point de l'espace, exprimées dans les référentiels 1 et 2, sont liées par la vitesse de rotation Ω :

$$\Theta_1 = \Theta_2 + \Omega.t + \text{Constante} \quad (\text{B.53})$$

soit en appelant \vec{e}_θ le vecteur de base dans la direction azimutale

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_2 + \Omega.t.\vec{e}_\theta \quad (\text{B.54})$$

En considérant deux positions à deux instants différents il est possible d'écrire :

$$\vec{x}_1(t') - \vec{x}_1(t) = \vec{x}_2(t') - \vec{x}_2(t) + \Omega.(t' - t).\vec{e}_\theta \quad (\text{B.55})$$

En exprimant la relation B.54 entre deux positions identiques dans la référentiel 2 $\vec{x}_2(t') = \vec{x}_2(t)$ espacées de l'intervalle de temps T_2 il vient :

$$\vec{x}_1(t + T_2) = \vec{x}_1(t) + \Omega.(T_2).\vec{e}_\theta = \vec{x}_1(t) + \text{sign}(\Omega).\Theta_2.\vec{e}_\theta \quad (\text{B.56})$$

Par ailleurs la périodicité dans la roue 2 s'écrit :

$$W(\vec{x}_2, t + T_2) = W(\vec{x}_2, t) \quad (\text{B.57})$$

Le champ est invariant pour les deux positions choisies d'où dans le référentiel 1 :

$$W(\vec{x}_1(t + T_2), t + T_2) = W(\vec{x}_1(t), t) \quad (\text{B.58})$$

et en utilisant la relation B.55 :

$$W(\vec{x}_1(t) + \text{sign}(\Omega).\Theta_1.\vec{e}_\theta, t + T_2) = W(\vec{x}_1(t), t) \quad (\text{B.59})$$

En procédant de manière analogue dans l'autre référentiel il vient au final :

$$W(\vec{x}_1(t), t) = W(\vec{x}_1(t) + \text{sign}(\Omega).\Theta_1.\vec{e}_\theta, t + T_2) \quad (\text{B.60})$$

$$W(\vec{x}_2(t), t) = W(\vec{x}_2(t) + \text{sign}(\Omega).\Theta_2.\vec{e}_\theta, t + T_1) \quad (\text{B.61})$$

Ces deux relations expriment le déphasage spatio-temporel dans le référentiel de la roue 1 et de la roue 2. La généralisation des relations précédentes à un nombre de points espacés d'un nombre entier m de pas et k périodes est possible. Le lecteur pourra trouver la démonstration dans [152]. Les relations sont applicables aux inconnues du champ moyen ainsi qu'aux inconnues des équations de la turbulence et du modèle de transition γ et \overline{Re}_θ .

Remarque : la condition de chorochronicité (ou de déphasage spatio-temporel) s'applique aux frontières périodiques du domaine de calcul et à l'interface rotor-stator. La mise en oeuvre pratique dans un code de calcul peut être rendue plus efficace en stockant l'écoulement sur ces frontières sous forme de séries de Fourier.

B.5.2.3 Période instationnaire de l'interaction entre les roues

La période instationnaire de l'interaction entre les roues est égale à la plus petite des périodes des phénomènes de chaque roue (c.f. B.49 et B.49). En tenant compte des nombres d'aubes N_1 et N_2 des deux roues, la plus petite période instationnaire ΔT s'écrit :

$$\Delta T = \text{pgcd} \frac{2\pi}{|\Omega|.N_1.N_2} \quad (\text{B.62})$$

On appelle aussi ΔT période de l'interaction. En pratique le pas de temps imposé lors du calcul instationnaire est choisi comme une fraction de cette plus petite période d'interaction :

$$\Delta t = \frac{\Delta T}{N_{q0}} \quad (\text{B.63})$$

avec N_{q0} un nombre entier.

B.5. Méthodes numériques particulières à la simulations d'écoulements en turbomachines

B.5.3 Adimensionnement

Le code *elsA* permet la réalisation de simulations dans un système d'unités quelconque. Il est possible de réaliser des simulations en considérant des grandeurs adimensionnées. C'est ce qui a été réalisé au cours de cette thèse. L'adimensionnement est réalisé à l'aide de quatre grandeurs de référence : une masse volumique $\tilde{\rho}_0$, une vitesse \tilde{U}_0 , une température \tilde{T}_0 et une longueur \tilde{L}_0 . Les grandeurs dimensionnées sont représentées à l'aide d'un tilde et celles sans dimensions sans tilde :

$$\rho = \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}_0}, \quad U = \frac{\tilde{U}}{\tilde{U}_0}, \quad T = \frac{\tilde{T}}{\tilde{T}_0}, \quad L = \frac{\tilde{L}}{\tilde{L}_0} \quad (\text{B.64})$$

Dans le cas présent, les grandeurs de référence $\tilde{\rho}_0, \tilde{U}_0, \tilde{T}_0$ sont respectivement égales à la masse volumique, la célérité du son et la température totale à l'infini amont. On a également $\tilde{L}_0 = 1 \text{ m}$.

A l'aide des quatres grandeurs de référence il vient les adimensionnements suivants :

- Temps t : $\frac{\tilde{L}_0}{\tilde{U}_0}$
- Pression statique p ou d'arrêt p_i : $\tilde{\rho}_0 \tilde{U}_0^2$
- Énergie interne spécifique e ou énergie totale spécifique E : \tilde{U}_0^2
- Coefficient de chaleur spécifique à pression constante c_p ou à volume constant c_v : $\frac{\tilde{U}_0^2}{\tilde{T}_0}$
- Tenseur des contraintes visqueuses $\bar{\tau}$ ou tenseur de Reynolds $\bar{\tau}_R$: $\tilde{\rho}_0 \tilde{U}_0^2$
- Coefficient de viscosité dynamique μ ou turbulente μ_t : $\tilde{\rho}_0 \tilde{U}_0 \tilde{L}_0$
- Énergie cinétique turbulente k : \tilde{U}_0^2

L'adimensionnement d'une pression s'écrit, en supposant γ et r (rapport de la constante universelle des gaz parfait et de la masse molaire de l'air) constants :

$$\tilde{p}_0 = \tilde{\rho}_0 \tilde{U}_0^2 = \tilde{\rho}_\infty \tilde{c}_\infty^2 = \tilde{\rho}_\infty \tilde{\gamma} \tilde{r} \tilde{T}_{i\infty} = \tilde{\gamma} \left(\tilde{\rho}_\infty \tilde{r} \tilde{T}_{i\infty} \right) = \tilde{\gamma} \tilde{p}_{i\infty} \quad (\text{B.65})$$

Bibliographie

- [1] Hodson H. P. and Howell R. J. The role of transition in high-lift low-pressure turbines for aeroengines. *Progress in Aerospace Sciences*, 41, Issue 6 :419–454, 2005.
- [2] Dhawan S. and Narasimha R. Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 3 :418–436, 1958.
- [3] Tollmien W. Über die entstehung der turbulenz. Technical report, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl., 21 [NACA TM 609], 1929.
- [4] Schlichting H. Zür entstehung des turbulenz bei der plattenströmung. Technical report, Z. Angew. Math. Mech. 13, 171, 1933.
- [5] Schubauer G. B. and Skramstad H. K. Laminar boundary-layer oscillations and stability of laminar flows. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 14(2) :69–78, 1947.
- [6] White F.M. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York, NY, 1974.
- [7] Dryden H. L. Airflow near in the boundary layer near a plate. Technical report, NACA TR 562, 1937.
- [8] Taylor G. I. Some recent developments in the study of turbulence. In *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics*, 1939.
- [9] P.S. Klebanoff. Effect of free-stream turbulence on a laminar boundary layer. *Bulletin of the American Physical Society*, 16, 1971.
- [10] Kendall J. M. Boundary layer receptivity to freestream turbulence. *AIAA*, 1990.
- [11] Matsubara M. and Alfredsson P. H. Disturbances growth in boudary layers subjected to free-stream turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 430 :149–168, 2001.
- [12] Ellingsen T. and Palm E. Stability of linear flow. *Physics of Fluids*, 18 :487–488, 1975.
- [13] Mayle R. E. The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. *Journal of Turbomachinery*, 113 :509–536, October 1991.
- [14] Boltz F. W., Kenyon G. C., and Allen C. Q. Effets of sweep angle on the boundary layer stability characteristics of an untapered wing at low speeds. Rapport Technique TN D-338, NASA, 1960.
- [15] Piot E. *Simulation numérique directe et analyse de stabilité de couches limites laminares en présence de micro-rugosités*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Université de Toulouse, France, 2008.
- [16] Arnal D., Coustols E., and Juillen J. C. Étude expérimentale et théorique de la transition sur une aile en flèche infinie. *La Recherche Aérospatiale*, 4 :275–290, 1984.
- [17] Horton H. P. *A Semi-Empirical Theory for the Growth and Bursting of Laminar Separation Bubbles*. PhD thesis, ARC CP 1073, 1969.
- [18] Gleyzes C., Cousteix J., and Bonnet J. Theoretical and experimental study of low Reynolds number transitional separation bubbles. In *UNDAS-CP-77B123*. Conference on low Reynolds number airfoil aerodynamics, 1985.
- [19] Hatman A. and Wang T. A prediction model for separated-flow transition. *Journal of Turbomachinery*, 121(3) :594–602, 1991.

-
- [20] Michalek J., Monaldi M., and Arts T. Aerodynamic performance of a very high lift low pressure turbine airfoil (t106c) at low reynolds and high mach number with effect of free stream turbulence intensity. In *ASME Conf. Proc. GT2010*, 2010.
- [21] Kline S. J., Reynolds W. C., Schraub F. A., and Rundstadler P. W. The structure of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 30 :741–773, 1967.
- [22] Bons J. P. A review of surface roughness effects in gas turbines. *Journal of Turbomachinery*, 132, April 2010.
- [23] Von Doenhoff A. E. and Horton E. A. A low-speed experimental investigation of the effect of a sandpaper type of roughness on boundary-layer transition. *NACA Technical Manual Report*, 1349, 1958.
- [24] Von Doenhoff A. E. and Braslow A. L. Effect of distributed roughness element on laminar flow. *Boundary layer control*, II, 1961.
- [25] Chen K.K. and Thyson N.A. Extention of Emmons’ spot theory to flows on blunt bodies. *AIAA Journal of Propulsion and Power*, 9(5) :821–825, 1971.
- [26] Narasimha R. The laminar-turbulent transition in the boundary layer. *Journal of Aerospace Science*, 22 :29–80, 1985.
- [27] Gortler H. On the three-dimensional instability of laminar boundary layers on concave walls. *Tec. Report NACA TM-1375*, 1940.
- [28] Liepmann. Investigations on laminar boundary layer stability and transition on curved bodies. Technical report, NACA Wartime Report W-87, 1943.
- [29] Johnson M. W. Predicting transition on concave surfaces. *Journal of Turbomachinery*, 129(4) :750–761, 2007.
- [30] Saric W. S. Gortler vorticies. *Fluid Mechanics*, 26 :379–409, 1994.
- [31] Rued K. and Wittig S. Laminar and transitional boundary layer structures in accelerating flow with heat transfer. *Journal of Turbomachinery*, 108(1) :116–124, 1986.
- [32] Hourmouziadis. *Aerodynamic Design of Low Pressure Turbines - AGARD-LS-167*. 1989.
- [33] Gier J., Franke M., Hubner N., and Schroder T. Designing low pressure turbines for optimized airfoil lift. *Journal of Turbomachinery*, 132(3), 2010.
- [34] Zweifel O. The spacing of turbo-machine blading, especially with large angular deflection. *Brown Boveri Review*, 32 :436–444, 1945.
- [35] Volino R. J. and Hultgren S. L. Measurements in separated and transitional boundary layers under low-pressure turbine airfoil conditions. *Journal of Turbomachinery*, 123(2) :189–198, 2001.
- [36] Gostelow J. P. and Thomas R. L. Response of a laminar separation bubble to an impinging wake. *Journal of Turbomachinery*, 127 :35–42, 2005.
- [37] Houtermans R., Coton T., and Arts T. Aerodynamic performance of a very high lift low pressure turbine blade with emphasis on separation prediction. *Journal of Turbomachinery*, 126(3) :406–414, 2004.
- [38] Arts T. and Lambert de Rouvroit M. Aero-thermal performance of a two-dimensional highly loaded transonic turbine nozzle guide vane : A test case for inviscid and viscous flow computations. *Journal of Turbomachinery*, 114(1) :147–155, 1992.

- [39] Dénos R., Arts T., Paniagua G., Michelassi G., and Martelli F. Investigation of the Unsteady Rotor Aerodynamics in a Transonic Turbine Stage. *Journal of Turbomachinery*, 123 :81–89, 2001.
- [40] Arts T., Didier F., and Dénos R. Unsteady rotor heat transfer in a transonic turbine stage. *Journal of Turbomachinery*, 124(4) :614–623, 2002.
- [41] Carullo J. S., Nasir S., Cress R. D., Ng W. F., Thole K. A., Zhang L. J., and H. K. Moon. The effects of freestream turbulence, turbulence length scale, and exit reynolds number on turbine blade heat transfer in a transonic cascade. *Journal of Turbomachinery*, 133(1), 2011.
- [42] Schreiber H. A., Steinert W., and Küsters B. Effects of Reynolds number and free-stream turbulence on boundary layer transition in a compressor cascades. *Journal of Turbomachinery*, 124(1), 2002.
- [43] Henderson A. D., Walker G. J., and Hughes J. D. Unsteady Transition Phenomena at a Compressor Blade Leading Edge. *Journal of Turbomachinery*, 130(2) :021013, April 2008.
- [44] Marty J., Cottin G., and Aupoix B. Steady Numerical Investigations of the Transition Process on an Axial Multistage High Pressure Compressor. *ERCOTAC Bulletin*, 80 :41–44, September 2009.
- [45] Stieger R. D. and Hodson H. P. The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage. *Journal of Turbomachinery*, 127(2) :388–395, 2005.
- [46] Smith L. H. Wake dispersion in turbomachines. *Journal of Fluids Engineering*, 88 :688–690, 1996.
- [47] Howell R. J. *Wake - Separation Bubble Interactions in Low Reynolds Number Turbomachinery*. PhD thesis, Cambridge University, 1999.
- [48] Sharma O. P., Butler T. L., Dring R. P., Joslyn H. D., and Renaud E. Rotor-stator interaction in multi-stage axial-flow turbines. In *proceedings of the AIAA, ASME, SAE, and ASEE, Joint Propulsion Conference, 24th, Boston, MA ; UNITED STATES*, 1988.
- [49] Hodson H. P. Modelling unsteady transition and its effects on profile loss. In *AGARD Conf. PEP74a on Unsteady Flows in Turbomachines, AGARD CP 468*, 1989.
- [50] Halstead D. E., Wisler D. C., Okiishi T. H., Walker G. J., Hodson H. P., and Shin H. W. Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines : Part 1 of 4 - Composite Picture. *Journal of Turbomachinery*, 119 :114–127, January 1997.
- [51] Hilgenfeld L. and Pfitzner M. Unsteady Boundary-layer Development Due to Wake Passing Effects on a Highly Loaded Linear Compressor Cascade. *Journal of Turbomachinery*, 126 :493–500, October 2004.
- [52] Iseler J., Hilgenfeld L., and Pfitzner M. Investigations of the boundary layer on a highly loaded compressor cascade with wake induced transition. ASME Turbo Expo, May 8-11, Barcelona, Spain, ASME Paper GT2006-90665, 2006.
- [53] Smith A. M. O. and Gamberoni N. Transition, pressure gradient and stability theory. Rept. ES 26388, Douglas Aircraft Co., El Segundo, California, 1956.
- [54] Arnal D. Boundary layer transition : predictions based on linear theory. In *AGARD FDP/VKI Special Course on 'Progress in Transition Modelling'*, pages 2.1–2.63, VKI, Brussels, Belgium, 29 March - 1 April 1993. AGARD R-793.

-
- [55] van Ingen J. L. A suggested semi-empirical method for the calculation of boundary layer transition region. Rept. UTH-74, Univ. of Techn., Dept. of Aero. Eng., Delft, 1956.
- [56] Arnal D. and Casalis G. Laminar-turbulent transition prediction on three-dimensional flows. *Progress in Aerospace Sciences*, 36 :173–191, 2000.
- [57] Mack L. M. Transition and laminar instability theory. J.P.L. Report 77-15, Pasadena, CA, 1977.
- [58] Vermeersch O. *Phénomène de croissance transitoire et transition bypass dans une couche limite compressible*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Université de Toulouse, France, 2009.
- [59] Krimmelbein N. and Krumbein A. Automatic transition prediction for three-dimensional configurations with focus on industrial application. In *proceedings of the 40th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2010.
- [60] Abu-Ghannam B. J. and Shaw R. Natural transition of boundary layers. The effect of turbulence, pressure gradient, and flow history. *Journal of Fluid Mechanics*, 22 :213–228, 1980.
- [61] Drela M. and Giles M. B. Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils. *AIAA Journal*, 25(10) :1347–1355, 1987.
- [62] Arnal D., Habiballah M., and Coustols E. Théorie de l’instabilité laminaire et critères de transition en écoulement bi et tridimensionnel. *La Recherche Aéronautique*, 2 :125–143, Mars-Avril 1984.
- [63] Coustols E. and Arnal D. Critères de transition en écoulement tridimensionnel (aile en flèche infinie). RT OA 21/5018 AYD, 1982.
- [64] Roberts W.B. The effect of reynolds number and laminar separation on axial cascade performance. *Journal of Engineering for Power*, pages 261–274, April 1973.
- [65] Taylor G.I. Statistical theory of turbulence. In *Roy. Soc.*, volume 56, pages 307–317, 1969.
- [66] Davis R. L., Carter J. E., and Reshotko E. Analysis of transitional separation bubbles on infinite swept wings. *AIAA Journal*, 85 :1685, 1985.
- [67] Yaras M. I. Measurements of the effects of pressure gradient history on separation-bubble transition. In *ASME-GT*, number 0193, 2001.
- [68] Rodi W. and Schonung B. Interaktives-inverses grenzschichtverfahren zur berechnung von lokalen abloseblasen an turbinenschaufeln. *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.*, 11 :271–280, 1987.
- [69] Emmons H. W. The laminar-turbulent transition in the boundary layer - Part I. *Journal of Aerospace Science*, 18 :490–498, 1951.
- [70] Michelassi V., Martinelli F., Dénos R., Arts T., and Sieverding C. H. Unsteady heat transfer in stator-rotor interaction by two-equation turbulence model. *Journal of Turbomachinery*, 121 :436–447, July 1999.
- [71] Soudranayagam S. and Potti M.G.S. Transition in laterally convergent and divergent flows. *R. Ae. Sc. conf. Boundary Layer Transition and Control*, 1991.
- [72] Solomon W. J., Walker G. J., and Gostelow J. P. Transition length prediction for flows with rapidly changing pressure gradients. *Journal of Turbomachinery*, 118 :744–751, 1996.

- [73] Hodson H. P. and Ramesh O. N. A new intermittency model incorporating the calming effect. In *3rd European Conference on Turbomachinery*, 1999.
- [74] Cliquet J., Houdeville R., and Arnal D. Application of Laminar-Turbulent Transition Criteria in Navier-Stokes Computations. *AIAA Journal*, 46(5) :1182–1190, May 2008.
- [75] Marty J., Cottin G., and Aupoix B. Turbulence modelling and transition to turbulence effects for a high pressure multistage compressor. In F. Heitmeir, F. Martelli, and M. Manna, editors, *8th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, pages 163–172, Graz, Austria, 23-27 March, 2009.
- [76] Nürnberger D. and Greza H. Numerical investigation of unsteady transitional flows in turbomachinery components based on a rans approach. *Flow, Turbulence and Combustion*, 69 :331–353, 2002.
- [77] Kozulovic D. and Leigh Lapworth B. An approach for inclusion of a nonlocal transition model in a parallel unstructured computational fluid dynamics code. *Journal of Turbomachinery*, 131, 2009.
- [78] Addison J. S. and Hodson H. P. Unsteady transition in an axial-flow turbine : Part 2-Cascade measurements and modeling. *Journal of Turbomachinery*, 112 :215–221, 1990.
- [79] Hodson H. P. and Schulte V. User guide for PUIM308. Technical report, University of Cambridge, UK, 1997.
- [80] Byggstøyl S. and Kollmann W. Closure model for intermittent turbulent flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(11) :1811–1822, 1981.
- [81] Cho J. and Chung K. A $k - \varepsilon - \gamma$ equation turbulence model. *Journal of Fluid Mechanics*, 237 :301–322, 1992.
- [82] Savill A. M. The Savill-Launder-Younis (SLY) RST intermittency model for prediction transition. *ERCOTAC Bulletin 24*, page 37, 1995.
- [83] Steelant J. and Dick E. Modelling of laminar-turbulent transition for high free-stream turbulence. *Journal of Fluids Engineering*, 123 :22–30, 2001.
- [84] Savill A. M. Some recent progress in the turbulence modeling of by-pass transition. *R.M.C. So, C.G. Speziale and B.E. Launder Eds. : Near-Wall Turbulent Flows*, page 829, 1993.
- [85] Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8) :1598–1605, August 1994.
- [86] Suzen Y. B. and Huang P. G. Modeling of flow transition using an intermittency transport equation. *Journal of Fluid Engineering*, 122 :273–284, 2000.
- [87] Suzen Y. B., Xiong G., and Huang P. G. Predictions of transitional flows in low-pressure turbines using an intermittency transport equations. *AIAA Journal*, 40 (2) :254–266, 2002.
- [88] Suzen Y. B. and Huang P. G. Numerical Simulation of Wake Passing on Turbine Cascades. In *AIAA 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV*, volume 1256, January 2003.
- [89] Pecnik R., Sanz W., Gehrler A., and Woisetschlager J. Transition Modeling using Two Different Intermittency Transport Equations. *Flow, Turbulence and Combustion*, 70 (1) :299–323, 2003.

-
- [90] Suzen Y. B. and Huang P. G. Numerical simulation of unsteady wake/ blade interactions in low-pressure turbine flows using an intermittency transport equation. *Journal of Turbomachinery*, 127 :431–444, 2005.
- [91] Stieger R., Hollis D., and Hodson H. P. Unsteady Surface Pressures due to Wake Induced Transition in a Laminar Separation Bubble on a LP Turbine Cascade. In *ASME Turbo Expo, Atlanta, June*, number ASME Paper No GT-2003-38303, 2003.
- [92] Hilgenfeld L., Stadtmüller P., and Fottner L. Experimental Investigation of Turbulence Influence of Wake Passing on the Boundary Layer Development of Highly Loaded Turbine Cascade Blades. *Flow, Turbulence and Combustion*, 69(3-4) :229–247, 2002.
- [93] Lodefier K. and Dick E. Modelling of unsteady transition in low-pressure turbine blade flows with two dynamic intermittency equations. *Flow Turbulence and Combustion*, 76(2) :103–132, 2006.
- [94] Zarzycki R. and Elsner W. The effect of wake parameters on the transitional boundary layer on turbine blade. *Journal of Power and Energy*, 219 :471–480, 2005.
- [95] Kubacki S., Lodefier K., Zarzycki R., Elsner W., and Dick E. Further development of a dynamic intermittency model for wake-induced transition. *Flow Turbulence and Combustion*, 83 :539–568, 2009.
- [96] Piotrowski W., Lodefier K., Kubacki S., Elsner W., and Dick E. Comparison of two unsteady intermittency models for bypass transition prediction on a turbine blade profile. *Flow, Turbulence and Combustion*, 81(3) :369–394, 2008.
- [97] Mayle R. E. and Schulz A. The Path to Predicting Bypass Transition. *Journal of Turbomachinery*, 119 :405–411, 1997.
- [98] Walters D. K. and Leylek J. H. A New Model for Boundary Layer Transition Using a Single-Point RANS Approach. *Journal of Turbomachinery*, 126 :193–202, 2004.
- [99] Lardeau S, Li N., and Leschziner M. A. Large eddy simulation of transitional boundary layers at high free-stream turbulence intensity and implications for RANS modeling. *Journal of Turbomachinery*, 129 :311–317, 2007.
- [100] Pacciani R., Marconcini M., Fadai-Ghotbi A., Lardeau S., and Leschziner M. A. Calculation of high-lift cascade in low-pressure turbine using a three-equation model. *Journal of Turbomachinery*, 133, 2011.
- [101] Menter F. R., Langtry R. B., Likki S. R., Suzen Y. B., Huang P. G., and Völker S. A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables Part I - Model Formulation. *Journal of Turbomachinery*, 128 :413–422, July 2006.
- [102] Langtry R. B. *A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes*. PhD thesis, Institut für Thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium Universität Stuttgart, 2006.
- [103] Langtry R. B. and Menter F. R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA JOURNAL*, 47(12) :2894–2906, 2009.
- [104] Van Driest E. R. and Blumer C. B. Boundary layer transition : freestream turbulence and pressure gradient effects. *AIAA Journal*, 1 :1303–1306, 1963.
- [105] Arnal D. Three-dimensional boundary layers : laminar-turbulent transition. Technical report, AGARD-FDP-VKI Special Course, 1986.

- [106] Content C. and Houdeville R. Application of the $\gamma - Re_\theta$ laminar-turbulent transition model in Navier-Stokes computations. In *5th Flow Control - 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference - 40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit -Chicago- U.S.A*, 2010.
- [107] Arnal D. and Juillen J. C. Profils de vitesse moyenne et de turbulence mesurés dans une couche limite de transition, en gradient de pression nul et positif. Technical report, Rapport Technique OA 17/5018, 1981.
- [108] AGARD-AR-355. CFD Validation for Propulsion System Components. Technical Report 1998020358, NASA, January 1998.
- [109] Malan P., Suluksna K., and Juntasaro E. Calibrating the $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$ Transition Model for Commercial CFD. In *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2009.
- [110] Corral R. and Gisbert F. Prediction of separation-induced transition using a correlation-based transition model. In *ASME Turbo Expo 2010 : Power for Land, Sea, and Air (GT2010)*, number GT2010-23239, pages 897–908, 2010.
- [111] Smirnov E. and Smirnovsky A. Turbine vane cascade heat transfer predictions using a modified version of the $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$ laminar-turbulent transition model. In *Int. Symp. on Heat Transfer in Gas Turbine Systems, Antalya, Turkey*, 2009.
- [112] Sorensen N. CFD Modeling of Laminar-Turbulent transition for airfoils and rotors using the $\gamma - \overline{Re_\theta}$ model. *Wind Energy*, 12(8) :715–733, 2009.
- [113] Suluksnana K., Dechaumphai P., and Juntasaro E. Correlation For Modeling Transitional Boundary Layers Under Influences of Freestream Turbulence and Pressure Gradient. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30 :66–75, 2009.
- [114] Kelterer M. E., Pecnik R., and Sanz W. Computation of Laminar-Turbulent Transition in Turbomachinery Using the Correlation Based $\gamma - \overline{Re_\theta}$ Transition Model. In *ASME Turbo Expo 2010 : Power for Land, Sea, and Air (GT2010)*, number Paper no. GT2010-22207, pages 613–622, 2010.
- [115] Cheng G., Nichols R., Neroorkar K. D., and Radhamony P. G. Validation and Assessment of Turbulence Transition Models. In *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2009.
- [116] Krause M., Behr M., and Ballmann J. Modeling of transition effects in hypersonic intake flows using a correlation-based intermittency model. In *Proceeding of the 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, AIAA-2008-2598.*, 2008.
- [117] Piotrowski W., Elsner W., and Drobniak S. Transition Prediction on Turbine Blade Profile With Intermittency Transport Equation. *Journal of Turbomachinery*, 132 :11–20, 2010.
- [118] Pecnik R., Witteveen J. A. S., and Iaccarino G. Uncertainty quantification for laminar-turbulent transition prediction in RANS turbomachinery applications. In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2011.
- [119] Becker K., Heitkamp K., and Kügeler E. Recent Progress in a Hybrid-Grid CFD Solver for Turbomachinery Flows. In *V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD*, 2010.
- [120] Suder K. L. and Celestina M. L. Experimental and Computational Investigation of the Tip Clearance Flow in a Transonic Axial Compressor Rotor. Technical report, NASA TM-106711, 1994.

-
- [121] Déleroy J. and Meauzé G. A detailed experimental analysis of the flow in a highly loaded fixed compressor cascade : the iso-cascade co-operative programme on code validation. *Aerospace Science and Technology*, 7(1) :1–9, January 2003.
 - [122] Spalart P. R. and Rumsey C. L. Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamics Calculations. *AIAA Journal*, 45(10) :2544–2553, 2007.
 - [123] Smirnov P. E. and Menter F. R. Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart-Shur Correction Term. *Journal of Turbomachinery*, 131 :041010–1–8, October 2009.
 - [124] Cliquet J. *Calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes. Application aux géométries complexes*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Université de Toulouse, France, 2007.
 - [125] Durbin P. A. On the k-epsilon Stagnation Point Anomaly. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 17 :89–09, 1996.
 - [126] Verrastro D. De la Loma A., Paniagua G. and Adami P. Transonic turbine stage heat transfer investigation in presence of strong shocks. *Journal of Turbomachinery*, 130(3), 2008.
 - [127] Castillon L., Paniagua G., Yasa T., De la Loma A., and Coton T. Unsteady strong shock interactions in a transonic turbine : experimental and numerical analysis. In *Proceeding of the 8th ISABE conference*, 2007.
 - [128] Martelli F., Adami P., Salvadori S., and Bernardini C. Turbulence and Transition Modeling in Transonic Turbine Stages. In *Proceeding of the 19th ISABE conference*, 2009.
 - [129] Benyahia A. and Houdeville R. Transition prediction in transonic turbine configurations using a correlation-based transport equation model. *International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation*, 3 :36–45, 2011.
 - [130] De Saint Victor X. Sensitivity of Numerical Simulations of Low-Reynolds Number Flow Over the T106 Turbine Blade. In *ASME Turbo Expo 2010*, number 22903, pages 883–890, 2010.
 - [131] De Jeaeghere E. Report on CFD on separation bubble in turbine applications. Technical report, SNECMA, 2009.
 - [132] Lardeau S. and Leschziner M. A. Unsteady RANS modelling of wake-blade interaction : computational requirements and limitations. *Computers and Fluids*, 34 :3–21, 2004.
 - [133] Zhang X. F., Harvey N., Vera M., and Hodson H. P. Separation and Transition Control on an Aft-Loaded Ultra-High-Lift LP Turbine Blade at Low Reynolds Numbers : Low-Speed Investigation. *Journal of Turbomachinery*, 128(3) :517–528, 2006.
 - [134] Benyahia A., Houdeville R., and Castillon L. Prediction of separation niduced transition on high lift low pressure turbine blade. In *ASME 2011 Turbo Expo, Vancouver, Canada*, number GT2011-45566, pages 1835–1846, 2011.
 - [135] Favre A. Équations des gaz turbulents compressibles. *Journal de Mécanique*, 4 :361–421, 1965.
 - [136] Boussinesq M. J. Essai sur la théorie des eaux courantes. In *Mémoires Présentés par Divers Savants Étrangers à l’Académie des Sciences*, page 1. Gauthier–Villars, Paris, 1877.
 - [137] Kolmogorov A. N. Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid. *Izvestia Academy of Sciences USSR ; Physics*, 6(1-2) :56–58, 1942.

- [138] Spalart P. R. and Allmaras S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *La Recherche Aéronautique*, 1 :5–21, 1994.
- [139] Aupoix B. Introduction to Statistical One-Point Closures. École de Mécanique des Fluides Numériques - Oléron, France, June 7-13 2009.
- [140] Aupoix B. Introduction to Turbulence Modelling. From Mixing Length to Reynolds Stress Models. In J.P.A.J. van Beeck and C. Benocci, editors, *Introduction to the Modelling of Turbulence*. von Kármán Institute for Fluid Dynamics – Lecture Series 2004-06, March 2004.
- [141] Wilcox D. C. Formulation of the $k - \omega$ Turbulence Model Revisited. *AIAA Journal*, 46(11) :2823–2838, November 2008.
- [142] Menter F. R. Zonal Two Equation ($k - \omega$) Turbulence Models for Aerodynamic Flows. AIAA 93-2906. 24th Fluid Dynamics Conference, Orlando, Florida, 1993.
- [143] Zheng X., Liao C., Liu C., Sung C. H., and Huang T. T. Multigrid Computation of Incompressible Flows using Two-Equation Turbulence Models : Part I – Numerical Method. *Journal of Fluids Engineering*, 119 :893–899, December 1997.
- [144] Jameson A. Solution of the Euler Equations for Two Dimensional Transonic Flow by a Multigrid Method. *Applied Mathematics and Computation*, 13 :327–355, 1983.
- [145] Colin Y. *Simulation numérique de la distorsion générée par une entrée d'air de moteur civil par vent de travers*. PhD thesis, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Université de Toulouse, France, 2007.
- [146] Roe P. L. Approximate Riemann solver, parameter vector and differences schemes. *Journal of Computational Physics*, 43 :357–372, 1981.
- [147] Hirsch C. *Numerical Computation of Internal and External Flows - Vol. 1 : Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Second edition - Butterworth-Heinemann, Elsevier, 2007.
- [148] Alziary de Roquefort T. Cours d'aérodynamique numérique - Cours de l'ENSMA, 2005.
- [149] Harten A. On a class of high resolution total-variation stable-finite difference schemes. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 21(1) :1–23, 1984.
- [150] Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme II : Monotonic and conservation combined in a second order scheme. *Journal of Computational Physics*, 14 :361–370, 1974.
- [151] Lazareff M., Vuillot A. M., and Heib S. *elsA User's Reference Manual*. ONERA, 2009.
- [152] Billonnet G., Fourmaux A., and Toussaint C. Evaluation of two competitive approaches for simulating the time-periodic flow in an axial turbine stage. 4th European conference on turbomachinery fluid dynamics, Florence (Italy), March 20-23, 2001.